

Radicales

1 Efectúa las siguientes adiciones y sustracciones:

a) $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$;

b) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$;

c) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$;

d) $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12}$;

e) $2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$;

f) $(3 + a)\sqrt{5} - \sqrt{125} + \sqrt{5a^2}$;

g) $7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6}$;

h) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54}$;

i) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27}$;

j) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{64}$;

k) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \sqrt{\frac{1}{8}}$;

l) $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{6}}$;

m) $2\sqrt{80} + \frac{14}{5}\sqrt{1 + \frac{1}{49}} - \sqrt{8} - \frac{9}{4}\sqrt{1 - \frac{1}{81}}$;

n) $3\sqrt{x} - \sqrt{4x} + 2\sqrt{36x} - 5\sqrt{x - \frac{9x}{25}}$;

o) $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{2}{x}} - \sqrt{\frac{1}{2x}} + \sqrt{8x}$;

p) $\sqrt{4a - 8b} - \sqrt{9a - 18b} + 2\sqrt{16a - 32b}$;

q) $3\sqrt[3]{\frac{2x}{9}} - 2\sqrt[3]{\frac{3x}{4}} + 5\sqrt[3]{\frac{6x}{125}}$;

r) $\sqrt{\frac{2a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{2b}} + \sqrt{\frac{2}{ab}} - \sqrt{\frac{ab}{2}}$;

s) $\sqrt{(3 - 2x)^3} + \sqrt{12 - 8x} - \sqrt{3x^2 - 2x^3}$;

t) $\frac{cd}{a}\sqrt{\frac{a^6}{cd}} - \frac{b^2d}{a}\sqrt{\frac{4a^4c}{b^2d}} + \frac{d^2}{c}\sqrt{\frac{b^4c^3}{d^3}}$;

u) $(x - y)\sqrt{\frac{x + y}{x - y}} + \sqrt{9x^2 - 9y^2} + \frac{x + y}{x - y}\sqrt{\frac{25xy^2 - 25y^3}{x + y}}$.

2 Escribe sin radical las expresiones siguientes:

a) $\sqrt{a}$;

b) $\sqrt[3]{3}$;

c) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$;

d) $\sqrt[5]{a + b}$;

e) $\sqrt[3]{1 - \frac{1}{3}}$;

f) $\sqrt[4]{a\sqrt{a}}$;

g) $\sqrt[4]{a + \sqrt{a}}$;

h) $\frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2x}}{3\sqrt[3]{3x^3}}$;

i) $\frac{3\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{x - 1}}$.

3 Realiza las siguientes operaciones indicadas:

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}$;

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6}$;

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{6}$;

d) $a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}$;

e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4}$;

f) $2\sqrt{3}(\sqrt[3]{4} - \sqrt[4]{3})$;

g) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{2}}$;

h) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{12}{5}} \cdot \sqrt{\frac{15}{4}}$;

i) $\sqrt{xy} \cdot (\sqrt[3]{2x} - \sqrt[3]{2y})$;

j) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$;

k) $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{b^2}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt[3]{b^2})$;

l) $\sqrt[3]{x-y} \cdot \sqrt{x-y} \cdot \sqrt[3]{27x-27y}$;

m) $\sqrt{a^3b} \cdot \sqrt[3]{2a^2b^2} \cdot ab$;

n) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \right) \sqrt{xy}$;

o) $\sqrt[3]{(x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x-1}}$;

p) $(\sqrt{3-a} - \sqrt{3+a}) \cdot (\sqrt{3-a} + \sqrt{3+a}) - 2a$;

q) $(a - \sqrt{b}) \cdot (a + \sqrt[3]{b^2})$;

r) $\sqrt{18} : \sqrt{50}$;

s) $(\sqrt{8a^5bc^4}) : \left(\frac{3}{2} a\sqrt{ab^2c^6} \right)$;

t) $\sqrt{2a} : \sqrt[3]{\frac{1}{4a^2}}$;

u) $\left(\sqrt{\frac{a}{2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4b^2}{a^2}} \right) : \sqrt{\frac{2b}{a}}$;

v) $\sqrt{\frac{a}{2b}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{4b^2}{a^2}} : \sqrt{\frac{2b}{a}} \right)$;

x) $\sqrt[6]{12}(5\sqrt{3} : \sqrt[3]{9}) - \left(\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{4}{3}} \right)$;

y) $\frac{\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a}} : \sqrt{a}}{\frac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[8]{a}} : \sqrt[8]{a}}$;

4 Formula las siguientes expresiones sin exponente fraccionario ni negativo:

a) $2a^{\frac{1}{4}}$;

b) $(3a)^{\frac{2}{5}}$;

c) $3 \cdot 2^{\frac{5}{2}}$;

d) $3^{-\frac{1}{2}} - 4^{\frac{2}{3}}$;

e) $3 - 6^{\frac{2}{3}}$;

f) $5^{-\frac{1}{2}}$;

g) $(3-x)^{-\frac{1}{2}}$;

h) $\frac{3 + 2^{-1}}{3 - 4^{-\frac{1}{5}}}$;

i) $2(3a^2b^{\frac{1}{2}} - 2)^{\frac{1}{2}}$;

j) $3a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{3}{4}}$;

k) $b^{\frac{1}{3}}(ab^2 - 5)^{\frac{1}{2}}$;

l) $3a^{\frac{3}{2}} \left[5^{\frac{2}{3}}(3ab^2 - 5)^{\frac{3}{2}} \right]$.

5 Racionaliza el denominador de las siguientes expresiones:

a) $\frac{5}{\sqrt{5}};$

b) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}};$

c) $\sqrt{\frac{5}{2}};$

d) $\frac{3}{\sqrt{5}};$

e) $\frac{2}{\sqrt{3}};$

f) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}};$

g) $\frac{3}{2\sqrt[3]{4}};$

h) $\frac{3y}{x\sqrt{y}};$

i) $\frac{x\sqrt{y}}{y\sqrt{x}};$

j) $\frac{2\sqrt{12}}{5\sqrt{3}};$

l) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}};$

m) $\frac{3xy^2}{\sqrt[3]{x^2y}};$

n) $\frac{6(3-y)}{\sqrt[3]{(3-y)^2}};$

o) $1 + \frac{3}{\sqrt{2}};$

p) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{3\sqrt{3}};$

q) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}};$

r) $\frac{2}{\sqrt{2} - 1};$

s) $\frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}};$

t) $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}};$

u) $\frac{\sqrt{5} - 2}{3 - 2\sqrt{5}};$

v) $\frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}};$

x) $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}};$

y) $\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{2} - \sqrt{y}};$

z) $\frac{\sqrt{xy}}{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}.$

6 Escribe las siguientes expresiones bajo un solo radical y simplifica los resultados:

a) $\sqrt{\sqrt{8}};$

b) $\sqrt{2\sqrt{2}};$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{32}};$

d) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{4}}};$

e) $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{\frac{1}{9}}};$

f) $3\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{3^3}}};$

g) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}}};$

h) $\sqrt{a\sqrt{a}};$

i) $\sqrt{a\sqrt[3]{\frac{1}{a}}};$

j) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}};$

k) $\sqrt[4]{b\sqrt[3]{\frac{1}{b}\sqrt[3]{b\sqrt[4]{\frac{1}{b}}}}};$

l) $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}\sqrt{b}} \cdot \sqrt{b\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}}}.$

Solución:

1

a) $7\sqrt{3}$

c) $6\sqrt{2}$

e) $(2a+1)\sqrt{2}$

g) $22\sqrt{6} - 12\sqrt{2}$

i) $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

k) $-\frac{23}{4}\sqrt{2} - 6;$

m) $7\sqrt{5}$

o) $\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2x}\right)\sqrt{2x}$

r) $\frac{3a - 2b - ab + 2}{2ab}\sqrt{2ab}$

s) $(5-3x)\sqrt{3-2x}$

u) $\left(4 + \frac{5y}{x-y}\right)\sqrt{x^2 - y^2}$

b) 0

d) $a\sqrt{3}$

f) $(2a-2)\sqrt{5}$

h) $-\sqrt[3]{2}$

j) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$

l) 0

n) $9\sqrt{x}$

p) $7\sqrt{a-2b}$

q) $\sqrt[3]{6x}$

t) $(a-b)^2\sqrt{cd}$

Solución:

2

a) $a^{\frac{1}{2}};$

b) $3^{\frac{3}{2}};$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}};$

d) $(a+b)^{\frac{1}{5}};$

e) $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}};$

f) $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{8}};$

g) $\left(a + a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}};$

h) $\frac{3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot (2x)^{\frac{1}{3}}}{3(3x^3)^{\frac{1}{2}}};$

i) $\frac{3(x-1)^{\frac{1}{2}}}{(x-1)^{\frac{1}{3}}}.$

Solución:

3

a) $\sqrt{30}$

b) $\sqrt[6]{4\,500}$

c) $\sqrt[6]{5\,400}$

d) $a^2 \sqrt[12]{a}$

e) $2\sqrt[3]{3}$

f) $2\sqrt[5]{432} - 2\sqrt[4]{27}$

g) $\sqrt[12]{\left(\frac{2}{3}\right)^7}$

h) 9

i) $\sqrt[5]{4x^5y^3} - \sqrt[5]{4x^3y^5}$

j) $13\sqrt{6} - 30$

k) $a - b\sqrt[3]{b}$

l) $3(x-y)\sqrt[5]{x-y}$

m) $a^3b^2\sqrt[5]{4ab}$

n) $x - y$

o) $\sqrt[5]{x-1}$

p) $-4a$

q) $a^2 + a\sqrt[3]{b^2} - a\sqrt{b} - b\sqrt[5]{b}$

r) $\frac{3}{5}$

s) $\frac{4a}{3c}\sqrt{\frac{2}{b}}$

t) $2a\sqrt[5]{2a}$

u) $\sqrt[3]{\frac{a}{2b}}$

v) $\sqrt[3]{\frac{a}{2b}}$

x) $5\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[6]{\frac{1}{3}}$

y) $\sqrt{\frac{1}{a}}$

z) $\frac{1}{a}\sqrt[40]{\frac{1}{a^{27}}}$

Solución:

4

a) $2\sqrt[4]{a}$;

b) $\sqrt[5]{(3a)^2}$;

c) $3 \cdot \sqrt{2^5}$;

d) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt[3]{4^2}$;

e) $3 - \sqrt[3]{6^2}$;

f) $\frac{1}{\sqrt{5}}$;

g) $\frac{1}{\sqrt{3-x}}$;

h) $\frac{3 + \frac{1}{2}}{3 - \frac{1}{\sqrt[5]{4}}}$;

i) $2\sqrt{3a^2\sqrt{b}-2}$;

j) $\frac{3\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{c^3}}{\sqrt{b}}$;

k) $\sqrt[3]{b}\sqrt{ab^2-5}$;

l) $3\sqrt{a^3} \left[\sqrt[3]{5^2} \sqrt{(3ab^2-5)^3} \right]$.

Solución:

5

a) $\sqrt{5}$;

b) $2\sqrt{3}$;

c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$;

d) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$;

e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

f) $\frac{\sqrt[3]{12}}{2}$;

g) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$;

h) $\frac{3\sqrt{y}}{x}$;

i) $\frac{\sqrt{xy}}{y}$;

j) $\frac{4}{5}$;

l) $\sqrt{3}$;

m) $3y\sqrt[3]{xy^2}$;

n) $= 6\sqrt[3]{3-y}$;

o) $1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$;

p) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{9}$;

q) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$;

r) $2\sqrt{2} + 2$;

s) $\frac{3\sqrt{2} + 2}{7}$;

t) $2\sqrt{2} - 3$;

u) $\frac{\sqrt{5} - 4}{11}$;

v) $\frac{19 - 4\sqrt{15}}{11}$;

x) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}$;

y) $\frac{2\sqrt{y} + y\sqrt{2}}{2 - y}$;

z) $\frac{2x\sqrt{y} + 3y\sqrt{x}}{4x - 9y}$.

Solución:

6

a) $\sqrt[4]{8}$;

e) $\sqrt[9]{3}$;

h) $\sqrt[4]{a^3}$;

k) $\sqrt[144]{b^{27}}$;

b) $\sqrt[4]{8}$;

f) $\sqrt[8]{3^5}$;

i) $\sqrt[3]{a}$;

l) $a\sqrt[6]{b}$.

c) $\sqrt[6]{32}$;

g) $\sqrt[12]{32}$;

j) $\sqrt[6]{\frac{a}{b}}$;

d) $\sqrt[8]{576}$;