

MATEMÁTICAS

APLICADAS

ADAPTADAS

3º ESO*

CUADERNO DE RECUPERACIÓN

Nombre: _____

Grupo: _____

Año académico: _____

NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y DECIMALES

NÚMEROS NATURALES

Divisibilidad

Descomposición en factores primos:

630	2	630 =
315	3	
105	3	
35	5	
7	7	
1		

Cálculo del mínimo común múltiplo

1. Se descomponen los números en factores primos.
2. Se toman los factores
-

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

mín.c.m. (90, 105) =

NÚMEROS ENTEROS

Suma y resta

- Al quitar un paréntesis precedido del signo +, se ..
.....
 - Al quitar un paréntesis precedido del signo −, se ...
.....
- $11 + (3 - 7) - (5 - 3 + 6) =$
-

Producto y cociente

Regla de los signos

$(+) \cdot (+) = (+)$	$(+) \cdot (-) = (...)$
$(-) \cdot (-) = (+)$	$(-) \cdot (+) = (...)$
$(+3) \cdot (+2) = (.....)$	$(+7) \cdot (-3) = (-21)$
$(-5) \cdot (-4) = (+20)$	$(-6) \cdot (+5) = (.....)$

Operaciones combinadas

En las expresiones con operaciones combinadas hemos de atender:

- Primero a los paréntesis.
 - Después a las multiplicaciones y divisiones.
 - Por último, a las sumas y restas.
- $(-12) + (-4) \cdot [(6 - 21) : (-3) - (+8)] =$
- $=$ $=$
- $=$

NÚMEROS DECIMALES

Suma, resta y multiplicación

$2,3 + 0,45 =$

$2,75 - 2,3 =$

$12,4 \cdot 0,75 =$

Tipos de números decimales

Exactos.	Ej.: 2,45	} Números
Periódicos puros.	Ej.:	
Periódicos mixtos.	Ej.:	
No periódicos con infinitas cifras.	Ej.:	} Números

División

Si se multiplican el dividendo y el divisor por el mismo número, el cociente

$4,97 : 3,5 \leftarrow \dots \rightarrow 49,7 : 35$

$4,97 : 3,5 =$

Redondeo

En una cantidad obtenida mediante redondeo, el error absoluto es menor que media unidad del

.....

$2,56666 \rightarrow$ redondeo a las centésimas: 2,57

Error < 5

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Completa la casilla vacía, de todas las formas que sea posible, en cada caso, para que el número resultante de tres cifras sea:

3	7	...
---	---	-----

- a) Múltiplo de 3 b) Múltiplo de 5 c) Múltiplo de 7 d) Múltiplo de 11

2. Descompón en factores primos los números 63, 72, 84 y 504.

3. Calcula:

- a) mín.c.m. (20, 30) b) mín.c.m. (63, 84) c) mín.c.m. (63, 72, 84)

4. Calcula:

- a) $12 - 3 \cdot [(9 - 13) - (3 - 5)]$
 b) $2 - 2 \cdot [(-3) \cdot (+6) - (-23)]$
 c) $7 - 30 : [15 : (6 - 11) + (-7)]$
 d) $(4 - 7)^2 + (7 - 9)^3 - (-2)^4$
 e) $(3 - 7)^2 - (8 - 11)^3 + (2 - 4)^5$

5. Calcula:

- a) $8,61 - (3,6 - 1,35) : 0,25$ b) $0,45 \cdot 3,2 - 6 \cdot (2 - 1,9)$

6. Clasifica estos números decimales:

- a) 2,626262... b) 0,007 c) $\sqrt{3} = 1,7320508...$ d) 0,45555...

7. ¿Qué puedes decir del error cometido en cada redondeo?

- a) 1,3333 → Redondeo: 1,3 b) 6,827512 → Redondeo: 2,83
 Error < Error <

APLICA. COMPRA DE REFRESCOS

Un almacén mayorista de refrescos comercializa sus productos en tres formatos:

- Botellines de 250 mililitros, envasados en cajas de 24 unidades.
- Botes de 33 centilitros, envasados en packs de 10 unidades.
- Botellas de litro y medio, envasadas en packs de 6 unidades.

1. Un supermercado de gran superficie hace un pedido de 1 800 botellines y 2 000 botes de refresco de naranja.

La tabla informa de las existencias actuales del almacén:

	CAJAS BOTELLÍN 250 ml	PACKS BOTE 33 cl	PACKS BOTELLA 1,5 l
NARANJA	286	196	100
LIMÓN	150	172	87
COLA	325	490	204

a) ¿Hay suficientes existencias para servir el pedido?

b) ¿Cuánto y de qué sobra o falta?

2. ¿Cuál de los tres formatos (caja de botellines, pack de botes o pack de botellas) contiene mayor cantidad de refresco? ¿Y menos?

3. Completa esta tabla de precios:

	BOTELLINES 250 ml	BOTES 33 cl	BOTELLAS 1,5 l
COSTE CAJA O PACK	6 €	3,3 €	6 €
COSTE UNIDAD			
PRECIO LITRO			

a) ¿En qué formato salen más baratos los refrescos?

b) ¿Qué precio has completado de forma aproximada? ¿A qué orden de unidades lo has aproximado?

4. En un palé se han apilado cajas de botellines de cola y en otro, al lado, se han apilado packs de botes del mismo sabor, alcanzando ambos la misma altura.

La altura de una caja es de 25 cm y la de un pack, 15 cm. Sabiendo que la base del palé tiene un grosor de 13 cm, ¿qué puedes decir de la altura del conjunto?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Completa la casilla vacía, de todas las formas que sea posible, en cada caso, para que el número resultante de tres cifras sea:

3	...	...
---	-----	-----

- a) Múltiplo de 25 b) Múltiplo de 33 c) Múltiplo de 65 d) Múltiplo de 125

2. Descompón en factores primos los números 84, 210, 252 y 360.

3. Calcula:

- a) mín.c.m. (84, 252) b) mín.c.m. (210, 252, 360)

4. Calcula:

- a) $(-24) - (+3) \cdot (-5) + (-4) \cdot (1 - 8)$
 b) $[(13 - 11) - (10 - 15)] - [(-12) - (-19)]$
 c) $[(5 - 15) - (9 - 4)] : [(2 - 11) + 14]$
 d) $[(20 - 8) : (18 - 21)] \cdot [(17 - 2) : (-3)]$
 e) $(4 - 10)^3 : 6^2 - 4^4 : (7 - 3)^2$
 f) $[(3 - 5)^3 + 6]^2 \cdot [(5 - 8)^2 - 7]^2$

5. Escribe:

- a) Un decimal exacto, comprendido entre 1,72 y 1,73.
 b) Un decimal periódico puro, comprendido entre 0,04 y 0,05.
 c) Un decimal periódico mixto comprendido entre 2,333 y 2,334.

6. Teniendo en cuenta que $\sqrt{7} = 2,6457513 \dots$

- a) Escribe una aproximación de $\sqrt{5}$ con error menor que cinco diezmilésimas.
 b) ¿Qué puedes decir del error cometido al dar la aproximación $\sqrt{5} \approx 2,24$?

7. Calcula y aproxima a las centésimas:

- a) $2,34 \cdot 0,12 + 5,73 : 0,07$
 b) $(6,08 + 3,257) \cdot 0,25 - (7 - 4,885) : 2,25$

FRACCIONES

FRACCIONES (Y NÚMEROS RACIONALES)

Un número que se puede poner en forma de, $\frac{a}{b}$, es un número racional.

PASO DE FORMA FRACCIONARIA A FORMA DECIMAL

- $\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4 \rightarrow$ Número
 - $\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1,25 \rightarrow$ Número decimal exacto
- $\frac{4}{11} = 4 : 11 = 0,3\widehat{6} \rightarrow$
 - $\frac{38}{30} = 38 : 30 = 1,2\widehat{6} \rightarrow$

PASO DE FORMA FRACCIONARIA A FORMA DECIMAL

- Periódico puro:** $N = 0,3\widehat{6}$
 $100 N = 36,363636...$
 $-N = -0,363636...$

 $99 N = \rightarrow N = \frac{.....}{.....}$
- Periódico mixto:** $N = 1,2\widehat{6}$
 $100 N = 126,6666...$
 $-10 N = -12,666...$

 $..... = \rightarrow N = \frac{.....}{.....}$

LA FRACCIÓN COMO OPERADOR

- $\frac{3}{8}$ de 152 = $(152 : 8) \cdot 3 =$
- $\frac{3}{8}$ de $x = 57 \rightarrow x = (57 : 3) \cdot 8 =$

FRACCIONES EQUIVALENTES

- Dos fracciones son equivalentes cuando representan al mismo número
- Los productos cruzados de dos fracciones equivalentes son $\rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = ... \cdot ...$
- Para simplificar una fracción se el numerador y el por el mismo

$\frac{36}{84} = \frac{36 : 12}{84 : 12} = \frac{...}{...} \rightarrow$ fracción irreducible

FRACCIONES EQUIVALENTES

- Para reducir fracciones a común denominador, estas se sustituyen por otras equivalentes con denominador igual al múltiplo de los denominadores.

$\frac{1}{6}; \frac{5}{8}; \frac{2}{3}; \text{mín.c.m. } (6, 8, 3) = 24 \rightarrow \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4}; \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3}; \frac{2 \cdot ...}{3 \cdot ...} \rightarrow \frac{4}{24}; \frac{...}{24}; \frac{...}{24}$

OPERACIONES CON FRACCIONES

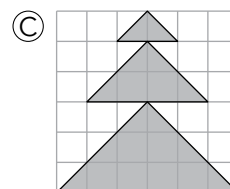
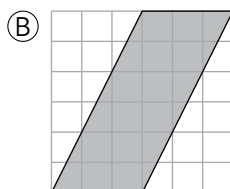
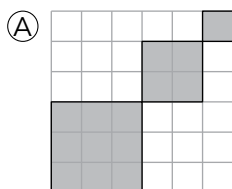
Suma y resta	Producto	Cociente
Se reducen las fracciones a denominador. $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{...} + \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{...}{...}$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Expresa como fracción y como número decimal la parte coloreada de cada figura:



2. Completa cada casilla con una fracción irreducible.

NÚMERO DECIMAL	0,12	0,4	$0,\widehat{6}$	1	1,10	$1,\widehat{3}$	1,25
FRACCIÓN IRREDUCIBLE							

3. Calcula y completa.

a) $\frac{2}{3}$ de 237

b) $\frac{2}{3}$ de = 86

c) $\frac{11}{10}$ de 35

d) $\frac{11}{10}$ de = 22

4. Calcula y simplifica los resultados.

a) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5} + \frac{1}{6}\right)$

b) $2 - \left(1 + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)$

c) $\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{6}\right) - \left(1 - \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{7}{6} - \frac{5}{3}\right)$

5. Calcula y simplifica los resultados.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{-5}{7} + \frac{13}{21}$

b) $\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7}\right) : \frac{3}{14}$

6. De una cuba de 900 litros de vino, $\frac{1}{3}$ de su contenido se envasa en botellas de $\frac{2}{5}$ de litro. Del resto, la mitad se envasa en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, y la otra mitad, en botellas de $\frac{1}{2}$ litro. ¿Cuántas botellas necesitaremos de cada clase?

APLICA. ORDENADORES, TABLETAS Y TELEVISORES

La cadena ELECTROSTAR compra a un distribuidor una partida de ordenadores, tabletas electrónicas y televisores TDT.

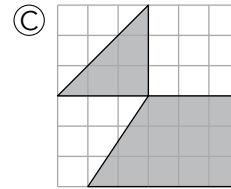
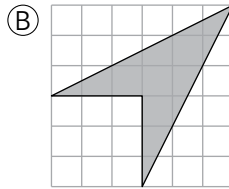
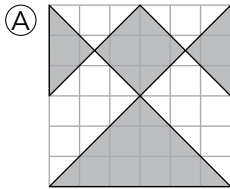
1. El número de ordenadores en el pedido es de una centena. El número de tabletas es igual a los cuatro quintos del número de ordenadores y a los dos tercios del número de televisores.
 - a) ¿Cuántos aparatos de cada clase se han adquirido?
 - b) ¿Qué fracción del número total de aparatos corresponde a cada partida?
2. El coste de la partida de televisores supone $\frac{3}{5}$ del total de la factura, y el de las tabletas, $\frac{1}{10}$ de la misma.
 - a) ¿Qué fracción de la factura supone la partida de los ordenadores?
 - b) Sabiendo que la tienda paga 300 € por cada ordenador, ¿cuál es el importe total de la factura?
 - c) ¿Cuánto cuesta la partida de tabletas?
 - d) ¿Cuánto cuesta cada televisor?
3. Sumando costes, impuestos y margen de beneficio, cada artículo sale a la venta por un precio superior en un 25 % al precio de compra.
 - a) ¿Qué fracción del precio de compra es igual al precio de venta?
 - b) ¿Cuáles serán los precios de venta de esos artículos?

Nombre y apellidos:

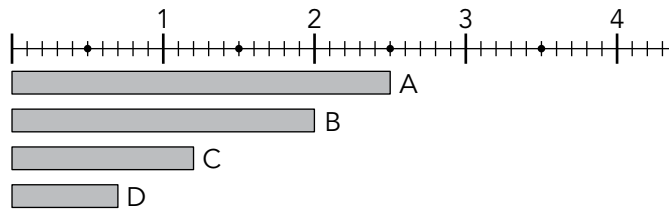
Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Expresa como fracción la parte coloreada de cada figura.



2. ¿Qué fracción irreducible se asocia a cada barra coloreada?



3. Calcula.

a) $\frac{3}{8} - \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) \right]$

b) $\frac{2}{3} - \left(1 - \frac{2}{7} \right) - \left[1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{7} \right) \right]$

4. Calcula el resultado de estas operaciones, expresando primero cada término en forma de fracción:

a) $\left(0,2 + \frac{1}{15} \right) - \left(0,6 + \frac{3}{5} \right)$

b) $\left(\frac{1}{3} - 0,4 \right) : \left(0,24 - \frac{2}{15} \right)$

5. Antonio tiene una deuda: acuerda pagar $\frac{1}{3}$ de ella en enero y $\frac{1}{3}$ del resto en febrero. De lo que queda, la mitad la pagará en marzo y la otra mitad, que son 200 euros, la pagará en abril. ¿A cuánto asciende la deuda de Antonio?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

POTENCIAS Y RAÍCES

POTENCIAS. PROPIEDADES

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2. $(a \cdot b)^n = \dots\dots$

3. $(a^m)^n = \dots\dots$

4. $\frac{a^m}{a^n} = \dots\dots$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots\dots$

EJEMPLOS:

$a^3 \cdot a^5 = \dots\dots$

$\frac{a^8}{a^5} = \dots\dots$

$(a^3)^5 = \dots\dots$

POTENCIAS DE EXPONENTE CERO O NEGATIVO

6. $a^0 = 1$ (con $a \neq 0$)

7. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$

8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

EJEMPLOS:

$5^0 = \dots\dots$

$2^{-3} = \frac{1}{\dots}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \dots\dots$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{\dots}{\dots}$

POTENCIAS DE BASE 10

$$10^n = 100 \underbrace{\dots\dots\dots 0}_{n \text{ ceros}}$$

$$10^{-n} = 0,00 \underbrace{\dots\dots\dots 01}_{n \text{ cifras decimales}}$$

EJEMPLOS:

$10^2 = 100$

$10^5 = 100\,000$

$10^{-2} = 0,01$

$10^{-5} = 0,00001$

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA DE UN NÚMERO

$309\,608 = 3 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8$

$0,5038 = 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Para números muy grandes

$257\,400\,000 = 2,574 \cdot 10^8$

Para números muy pequeños

$0,00000582 = 5,82 \cdot 10^{-6}$

RAÍCES EXACTAS

Si $a = b^n$, entonces $\sqrt[n]{a} = b$

EJEMPLOS:

$\sqrt[4]{81} = \dots\dots$, porque

$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots$, porque

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA**1. Calcula.**

a) 8^0

b) $(-2)^3$

c) -3^2

d) $(-5)^2$

e) 8^{-1}

f) 2^{-3}

g) $(-5)^{-2}$

h) -3^{-2}

2. Expresa como una potencia de base 10:

a) Cien mil

b) Diez millones

c) Un billón

d) Una décima

e) Diez milésimas

f) Una billonésima

3. Completa:

a) $7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 = \dots\dots\dots$

b) $3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} = \dots\dots\dots$

c) $\dots\dots\dots = 7\,025,38$

4. Reduce y expresa como potencia única el resultado de estas operaciones:

a) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6}$

b) $\frac{3^5}{(3^4)^2}$

c) $(2 \cdot 3)^4 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 3^2}\right)^2$

5. Expresa estas cantidades en notación científica:

a) 320 000

b) 2 500 millones

c) 43 millonésimas

6. Calcula:

a) $\sqrt[5]{32}$

b) $\sqrt[3]{512}$

c) $\sqrt{16\,900}$

d) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

e) $\sqrt[7]{\frac{1}{128}}$

f) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$

APLICA. NÚMEROS GRANDES, PEQUEÑOS NÚMEROS

1. Como sabes, la Tierra forma parte de un sistema planetario, el Sistema Solar, y este forma parte de una galaxia, la Vía Láctea. Pues bien, se calcula que en la Vía Láctea hay, aproximadamente, $1,2 \cdot 10^{11}$ estrellas.

Si pudieses, podrías empezar ahora a contarlas: cada segundo, una estrella. ¿Cuántos años tardarías (calcula, primeramente, cuántos segundos tiene un año)?

2. Un año luz es una distancia, la que recorre la luz en un año: $9,46 \cdot 10^{12}$ km. La Vía Láctea tiene un diámetro de $2 \cdot 10^5$ años luz. ¿Cuántos kilómetros son?

3. La luz recorre 300 000 km en un segundo. ¿Cuántos segundos tarda la luz en recorrer un kilómetro?

4. La Tierra y el Sol distan, como sabes, 150 millones de kilómetros.

¿Cuánto tiempo hace que partió del Sol la luz que está recibiendo la Tierra en este instante?

5. Entre la Luna y la Tierra hay una distancia media aproximada de $3,84 \cdot 10^5$ km.

Imagina que quisiésemos salvar esa distancia colocando virus, uno tras otro, y que elegimos un virus de la gripe de un diámetro de $2,2 \cdot 10^{-9}$ m. ¿Cuántos de esos virus necesitaríamos?

6. Una ballena azul, el animal más grande sobre la Tierra, puede alcanzar un peso de 200 toneladas, $2 \cdot 10^5$ kg. La masa de la Tierra es $5,9736 \cdot 10^{24}$ kg.

¿Cuántas de estas ballenas azules serían necesarias para igualar la masa de nuestro planeta?

PRACTICA**1. Calcula.**

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^0$

b) $\frac{(-1)^2}{5}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

d) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4$

e) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

f) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-3}$

g) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

h) $\frac{(-3)^{-1}}{2^{-2}}$

2. Completa en el primer caso con el número, y en el segundo, con la descomposición polinómica:

a) $3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} = \dots\dots\dots$

b) $\dots\dots\dots = 25,038$

3. Reduce y expresa como potencia única el resultado de estas operaciones:

a) $\frac{a^3 \cdot a^5}{(a^2)^3}$

b) $\left(\frac{1}{x}\right)^2 : x^{-3}$

c) $\left[a^5 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3\right]^{-1} \cdot a^4$

4. Calcula.

a) $2^5 \cdot 4^{-2}$

b) $\frac{3^4}{6^3}$

c) $\frac{10^3 \cdot 5^2}{(2^2)^2 \cdot 5^6}$

5. Calcula.

a) $(3,6 \cdot 10^{11}) \cdot (4,75 \cdot 10^{-3})$

b) $(28,6 \cdot 10^4) : (4,46 \cdot 10^{12})$

6. Cierta bacteria tiene una longitud de 3 billonésimas de centímetro, y la longitud de cada uno de sus cilios⁽¹⁾ es una centésima parte de la de su cuerpo. Usa la notación científica para expresar el tamaño de cada cilio.⁽¹⁾Cilio: Filamento vibrátil de una bacteria.**7. Reduce.**

a) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

c) $(\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{3}$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

PROPORCIONALIDAD SIMPLE

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

- Al multiplicar una (doble, triple, ...), la otra se
- Al dividir una (mitad, tercio, ...), la otra se

EJEMPLO:

Coste del aceite

CANTIDAD (l)	1	2	3	5	10
COSTE (€)	3,50	7	...	...	...

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

- Al multiplicar una (doble, triple, ...), la otra se
- Al dividir una (mitad, tercio, ...), la otra se

EJEMPLO:

N.º de bolsas que se llenan con 100 kg de naranjas

kg/BOLSA	1	2	4	5	10
N.º DE BOLSAS	100	50	...	...	...

PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

- Con **dos** bolsas de pienso se alimenta a **tres** gatos durante **20** días.
- Con **una** bolsa de pienso se alimenta a **un** gato durante días.
- Con **tres** bolsas de pienso se alimenta a **cinco** gatos durante días.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{P.D.} & \\
 & \swarrow & \searrow \\
 \text{BOLSAS} & & \text{GATOS} & \text{DÍAS} \\
 \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} & & \begin{array}{c} 3 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 20 \\ x \end{array}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{BOLSAS} & & \text{GATOS} & \text{DÍAS} \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} & & \begin{array}{c} 3 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 20 \\ x \end{array} \right\} \frac{\dots}{3} \cdot \frac{\dots}{3} = \frac{20}{x} \rightarrow x = \dots$$

PORCENTAJES

- Para hallar un tanto por ciento de una cantidad, se multiplica la cantidad por

$$a\% \rightarrow a : 100 \text{ (número decimal)}$$

Cálculo de la parte

12% de 375

$$12\% \text{ de } 375 = 375 \cdot 0,12 = \dots$$

Cálculo del total

12% de $x = 45$

$$x = 45 : 0,12 = \dots$$

Cálculo del %

 $x\%$ de 375 = 45

$$x = 45 : 375 = \dots \%$$

AUMENTOS PORCENTUALES

- Para aumentar una cantidad en un $a\%$ se calcula el $(100 + a)\%$.

EJEMPLO:

Aumentar 280 en un 15%.

Se calcula el $(100 + 15)\%$.

$$115\% \text{ de } 280 = \dots$$

DISMINUCIONES PORCENTUALES

- Para disminuir una cantidad en un $a\%$ se calcula el $(100 - a)\%$.

EJEMPLO: Disminuir 280 en un 15%.

Se calcula el $(100 - 15)\%$.

Disminuir en un 15% es calcular el

$$85\% \text{ de } 280 = \dots$$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Andrés (A) tiene 48 años, Berta (B), 32 años, Concha (C), 30 años, y David (D), 28 años.

a) ¿Cuál es la razón de las edades de Berta y Andrés?

b) ¿De quiénes hablamos si decimos que sus edades están en razón de 5 a 8?

c) ¿Para qué pareja la razón de las edades es más próxima a la unidad?

2. Calcula x en cada caso.

a) $\frac{65}{26} = \frac{25}{x}$

b) $\frac{21}{x} = \frac{77}{121}$

c) $\frac{x}{102} = \frac{91}{119}$

3. Completa las tablas de valores.

a) Un ciclista avanza a velocidad constante.

TIEMPO (min)	5	1	3	10	60
DISTANCIA (m)	200				

b) Distintos vehículos recorren la distancia entre dos poblaciones.

VELOCIDAD (km/h)	80	20	10	30	60
TIEMPO (min)	6				

4. Un taller de confección, trabajando en jornadas de 8 horas, fabrica 2000 camisetas en 5 días.
¿Cuántas camisetas fabricará en 3 días, trabajando jornadas de 10 horas?

5. Completa con una fracción.

a) 50% →

b) 25% →

c) 75% →

d) 10% →

e) 20% →

f) 30% →

6. Calcula y responde.

a) ¿Cuál es el 16 % de 340 euros?

b) El 20 % de un número es 30. ¿Cuál es el número?

c) De los 80 aspirantes a un puesto de trabajo, han aceptado a 60. ¿Qué porcentaje ha conseguido el puesto?

d) Un camión, cargado, hace un viaje a una velocidad media de 60 km/h, y regresa, descargado, un 20 % más rápido. ¿Cuál es la velocidad media en el viaje de vuelta?

APLICA. CABAÑA DE VACAS

Un ganadero tiene en el almacén 450 sacos de pienso, con los que calcula que alimentará a sus 300 vacas durante 60 días.

1. ¿Cuántos sacos habría necesitado en ese mismo tiempo (60 días), si hubiera tenido 40 vacas más? ¿Y si hubiera tenido 15 vacas menos?

2. ¿Cuántos días completos le habrían durado esos 450 sacos, si hubiera tenido 40 vacas más? ¿Y si hubieran sido 15 vacas menos?

3. Durante la primavera pasada, el 20% de las vacas tuvieron un ternero o una ternera.
 - a) ¿Cuántos terneros y terneras nacieron en primavera?

 - b) Si entre las crías se contaron 24 terneros, ¿qué porcentaje de las crías fueron hembras?

4. El granjero tiene previsto aumentar en un 10 % el número de vacas de su cabaña. Para ello se quedará con algunas terneras nacidas, para recría, y venderá el resto, así como todos los terneros.

¿Cuántas terneras venderá y cuántas se quedará para recría?

5. Al cabo de un año, las terneras de recría consumirán tanto pienso como las vacas adultas. ¿Cuántos sacos de pienso necesitará el granjero a la semana en ese momento?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA**1. Reflexiona y contesta.**

- a) En un curso de yoga participan 15 hombres y 35 mujeres. ¿Cuál es la razón entre el número de individuos de ambos sexos?
- b) Las edades de Adela y Roberto están en razón de cuatro a cinco. Adela tiene 32 años. ¿Cuántos tiene Roberto?
- c) En un rebaño hay dos cabras por cada 7 ovejas. Si las ovejas son 203, ¿cuántas son las cabras?

2. Completa las tablas de valores.

- a) Las magnitudes A y B son directamente proporcionales.

A	1	2	3	6	8	10
B				9		

- b) Las magnitudes A y B son inversamente proporcionales.

A	1	2	3	6	8	10
B				9		

- 3.** Un taller de confección, trabajando en jornadas de 8 horas, fabrica 2000 camisetas en 5 días. ¿Cuántas horas diarias necesita trabajar para servir en tres días un pedido de 1 500 camisetas?

4. Completa.

	0,9%				80		
FRACCIÓN		$\frac{1}{25}$		$\frac{7}{20}$		$\frac{19}{20}$	
N.º DECIMAL			0,075				0,999

5. Calcula y responde.

- a) ¿Cuál es el 7,5% de 640 euros?
- b) El 22% de un número es 16,5. ¿Cuál es el número?
- c) A un concurso-oposición se presentan 187 aspirantes y aprueban 34. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados?
- d) En cierta panadería, una barra de pan ha subido un 4% y ahora cuesta 1,30 €. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

SECUENCIAS NUMÉRICAS

SUCESIONES

Una sucesión es un conjunto de

Se llama término general de una sucesión a

Por ejemplo, en la sucesión 1, 4, 9, 16, 25, ... el término general es $a_n = \dots\dots\dots$

El término 20 de esta sucesión es $a_{20} = \dots\dots\dots$

PROGRESIONES DEFINIDAS EN FORMA RECURRENTE

En una sucesión definida de forma recurrente, cada término se obtiene a partir de

Por ejemplo, en la sucesión 2, 5, 4, 6, 7, 10, 14, ... cada término se obtiene sumando

los dos anteriores y restando tres $\rightarrow a_n = \dots\dots\dots$

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Una progresión aritmética es una sucesión en la cual se pasa de cada término al siguiente sumando una cantidad constante, d , llamada

El término general de una progresión aritmética es $a_n = \dots\dots\dots$

La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética es

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \dots\dots\dots$$

Por ejemplo, en la sucesión 7, 11, 15, 19, ..., cada término se obtiene

Así:

$$d = \dots\dots\dots$$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

$$a_{24} = \dots\dots\dots$$

$$S_{24} = \dots\dots\dots$$

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una progresión geométrica es una sucesión en la cual se pasa de cada término al siguiente multiplicando por una cantidad constante, r , llamada

Por ejemplo, en la sucesión 0,25; 0,5; 1; 2; 4; ..., cada término se obtiene

Así:

$$a_6 = a_5 \cdot 2 \text{ y también } a_6 = a_1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = a_1 \cdot 2^5$$

Y de la misma forma, a_{10} se obtiene multiplicando a_1 por 2 veces.

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA**1.** Continúa en tres términos cada sucesión.

a) $-10, -6, -2, 2, 6, \dots, \dots, \dots$

b) $5, 6, 4, 7, 3, \dots, \dots, \dots$

c) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \dots, \dots, \dots$

2. Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general, a_n , es:

a) $a_n = 2n$

b) $a_n = 2n - 1$

c) $a_n = 2(n - 1)$

3. Escribe los cinco primeros términos de una sucesión sabiendo que $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ y que $a_n = 1 + a_{n-1} + a_{n-2}$ **4.** Escribe los tres términos siguientes de estas progresiones aritméticas y halla su diferencia y su término general:

a) $-4, -1, 2, \dots, \dots, \dots$ $d = \dots$ $a_n = \dots$

b) $5, 11, 17, \dots, \dots, \dots$ $d = \dots$ $a_n = \dots$

c) $1, \frac{3}{2}, \dots, \dots, \dots$ $d = \dots$ $a_n = \dots$

5. Halla a_{20} y la suma de los veinte primeros términos de las progresiones del ejercicio anterior.**6.** Escribe los tres términos siguientes de estas progresiones geométricas y halla su razón.

a) $3, 6, 12, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \dots, \dots$ $r = \dots$

PRACTICA

1. Halla el término general de estas sucesiones:

a) 1, 5, 9, 13, ...

b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

c) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{21}, \frac{16}{81}, \dots$

d) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{21}, \dots$

2. Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general a_n es:

a) $a_n = n^3$

b) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$

c) $a_n = \frac{3}{1+2^n}$

3. Calcula:

a) El término a_{100} de la sucesión de los números impares (1, 3, 5, ...).

b) La suma de los cien primeros números impares.

4. En una progresión aritmética, $a_3 = 5$ y $a_6 = 17$. Halla la diferencia, d , los términos a_1 y a_{20} y la suma de los veinte primeros términos.

5. En una progresión geométrica, $a_1 = 2$ y $a_4 = 1/4$.

a) ¿Cuál es la razón?

b) Escribe los cinco primeros términos.

c) ¿Cuál es el término general?

EL LENGUAJE ALGEBRAICO

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En una expresión algebraica aparecen cantidades desconocidas que se representan por letras y se llaman

TIPOS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

NO IGUALDADES		IGUALDADES	
MONOMIOS	POLINOMIOS	IDENTIDADES	ECUACIONES
Un monomio es	Un polinomio es	Una identidad es una	Una ecuación es una
.....		igualdad algebraica que	igualdad algebraica que
.....		es cierta para	es cierta para
.....			
$-4xy^2$ es un	$2x - y^2$ es un	$a + b = b + a$ es una	$3x - 2 = 0$ es una
.....			

MONOMIOS

- El **coeficiente** de un monomio es
- El **grado** de un monomio es
- Los números son monomios de grado
- Cuando dos monomios tienen idéntica la parte literal se llaman
- Para sumar dos monomios, estos deben ser

POLINOMIOS

- Cada uno de los monomios que forman un polinomio se llama
- El **grado** de un polinomio es
- Para **sumar** dos polinomios
- Para **multiplicar** dos polinomios

IDENTIDADES NOTABLES

$(a + b)^2 =$ $(a - b)^2 =$ $(a + b)(a - b) =$

FRACCIONES ALGEBRAICAS

Una **fracción algebraica** es

PRACTICA

1. Calcula el valor de estas expresiones algebraicas para $x = 1$ y $x = -1$:

a) $5x^2 - 3x + 4$

b) $x^3 - 10x^2 - 5x + 6$

c) $\frac{5x^2}{2} - \frac{7x-6}{4}$

2. Reduce.

a) $5x^3 - 3x^3 - x^3$

b) $2x^3 - 2 - 5x^2 + x^3 + 3x^2 - 4x + x^2 - 1$

c) $x - \frac{3x}{5} - \frac{x}{3}$

d) $\frac{2x}{5} - \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{7x}{10}$

3. Calcula estos productos y simplifica los resultados:

a) $-5x^3 \cdot (x^2 - 3x + 1)$

c) $\left(\frac{x}{4} - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{x}{3}$

b) $\left(x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot 6$

4. Opera y reduce estas expresiones:

a) $(x^2 - 5x + 1) \cdot (2x - 3)$

b) $(x - 3) \cdot (x + 4) \cdot (x - 6)$

5. Extrae los factores comunes.

a) $2x^2 + x^3$

b) $xy^2 - x^2y$

c) $10 - 15x$

d) $2x + 4xy^2$

6. Desarrolla en forma de polinomio.

a) $(x + 3)^2$

b) $(2 + 3x)^2$

c) $(x + 4) \cdot (x - 4)$

d) $(2x + 1) \cdot (2x - 1)$

e) $(x - 5)^2$

f) $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$

PRACTICA

1. Considera los polinomios $A = x^3 - 2x + 3$, $B = x^2 - 3x + 4$ y $C = 3x^2 - 2x - 1$. Calcula:

a) $A + B$

b) $A - B - C$

c) $A \cdot C$

2. Reduce estas expresiones:

a) $12\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) - 2(3x - 1) + \frac{1}{5}(10x - 15)$

b) $2(a + b) - 4[a - (2a - 3b)]$

3. Extrae los factores comunes.

a) $2x^4 + 6x^3 - 4x^2$

b) $x^2y^3 - x^3y$

c) $10x^3 - 5x$

d) $xy + x^2y^2$

4. Desarrolla en forma de polinomio.

a) $(2x - 3)^2$

b) $\left(\frac{3x}{2} - 2\right)^2$

c) $(5x + 4) \cdot (5x - 4)$

d) $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$

e) $\left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$

f) $\left(\frac{2x}{3} + 1\right) \cdot \left(\frac{2x}{3} - 1\right)$

5. Teniendo en cuenta los desarrollos que ves a continuación, y la extracción de factor común, simplifica las fracciones que siguen:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$(x + 2) \cdot (x - 2) = x^2 - 4$$

a) $\frac{2x - 4}{x^2 - 4}$

b) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$

c) $\frac{2x^2 - 8x + 8}{6x^2 - 12x}$

d) $\frac{7x^3 + 28x^2}{3x^3 - 12x}$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

ECUACIONES

ECUACIONES

- Una **ecuación** es una propuesta de
- Un valor desconocido en una ecuación, que representamos con una letra, se llama
- La **solución** de la ecuación es
- Resolver una ecuación es

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

- La **solución** de la ecuación $ax + b = 0$, con $a \neq 0$, es $x = \boxed{}$
- Dos **ecuaciones** son **equivalentes** cuando
- Pasos para resolver una ecuación de primer grado:

- ① Quitar
- ② Quitar
- ③ Pasar
- ④ Simplificar
- ⑤ Despejar
- ⑥ Comprobar

EJEMPLO: $\frac{x}{2} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3x}{10}$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

- Las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \boxed{}$$

EJEMPLO: $x^2 + 4x - 5 = 0$

$$x_1 = \dots\dots\dots x_2 = \dots\dots\dots$$

ECUACIONES INCOMPLETAS

La solución de $ax^2 + c = 0$, con $a \neq 0$, es:

$$x = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $7x^2 + 28 = 0$

$$x = \dots\dots\dots$$

La solución de $ax^2 + bx = 0$, con $a \neq 0$, es:

$$x_1 = \dots\dots\dots x_2 = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $2x^2 - 4x = 0$

$$x_1 = \dots\dots\dots x_2 = \dots\dots\dots$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

Pasos para resolver un problema mediante ecuaciones:

- ① Identificar
- ② Relacionar
- ③ Resolver
- ④ Interpretar

PRACTICA

1. ¿Para cuáles de las siguientes ecuaciones es $x = -2$ solución?

a) $x^3 + 8 = 0$

b) $-x^2 - 4 = 0$

c) $-x^2 + 4x = 6x$

d) $\frac{x+1}{2} + x = 3$

e) $\sqrt{x^2 + 5} = 3$

f) $3(x^2 + 1) = 2x + 3$

2. Resuelve estas ecuaciones de primer grado:

a) $x + 3(x - 2) - 5 = 7 - 2x - (1 - 4x)$

b) $1 - \frac{x}{5} + x = \frac{2x}{3} - 1$

c) $2(x + 5) = \frac{x+2}{3} + 4x$

d) $\frac{x+1}{3} + 2x = 3 - x$

3. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

c) $x^2 + x - 56 = 0$

d) $12x^2 - x - 1 = 0$

e) $x^2 + 2x + 2 = 0$

f) $x^2 - 10x + 25 = 0$

g) $4x^2 - 12x = 0$

h) $3x^2 + 2x = 0$

i) $3x^2 - 243 = 0$

j) $x^2 + 9 = 0$

PRACTICA

1. Busca, por tanteo, una solución para cada ecuación:

a) $x^4 - 54 = x^3$

b) $\frac{x+1}{\sqrt{x-1}} = 3$

c) $\frac{x^3-1}{2} = x^2 - 2$

d) $\sqrt{\frac{x^3+1}{x^2+1}} = 1$

2. Resuelve estas ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{x-2}{5} - \frac{2x}{3} = 2 + \frac{x-3}{6}$

b) $\frac{x+5}{2} - \frac{1}{5} = x - \frac{12-5x}{10}$

c) $\frac{1+3x}{8} - \frac{x}{3} = x - \frac{3-x}{6}$

d) $\frac{3x-2}{5} - \frac{x-1}{3} = \frac{2(x-3)}{15} - 1$

e) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{6} = \frac{11x-7}{18} - \frac{7}{4}$

3. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado:

a) $2x(x-3) - 1 = x^2 - 3(x-1)$

b) $6x^2 + (x-2)^2 = x^2 - 5(x-1)$

c) $\frac{x^2}{6} - \frac{x}{5} = \frac{3}{10} - \frac{x^2}{3}$

d) $2x(x+1) + (x-3)^2 = 2(4+x-x^2)$

e) $x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2(x+1)}{15}$

f) $x - \frac{x^2}{4} = 2 - \frac{3+2x}{7}$

SISTEMAS DE ECUACIONES

ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

- Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene soluciones.
- Si representamos en el plano las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas, obtenemos una
- Dos ecuaciones forman un **sistema** cuando
- La **solución** de un sistema es
- Dos **sistemas** son **equivalentes** cuando

NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA LINEAL

Si el sistema tiene una solución, las dos rectas se cortan en	Si el sistema no tiene solución, las rectas son	Si el sistema tiene infinitas solu- ciones, las rectas son
.....		

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES

SUSTITUCIÓN	IGUALACIÓN	REDUCCIÓN
Consiste en despejar una	Consiste en despejar la misma...	Consiste en preparar las dos
.....		ecuaciones para que
.....		
.....		
EJEMPLO: $\begin{cases} 6x + 10y = 18 \\ x + y = 2 \end{cases}$	EJEMPLO: $\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ x + y = 2 \end{cases}$	EJEMPLO: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$
x = y =	x = y =	x = y =

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS

- Pasos que conviene dar:
- ① Identificar
 - ② Expresar
 - ③ Resolver
 - ④ Interpretar

PRACTICA

1. Aquí tienes una ecuación con dos incógnitas, $x + 3y = 5$. ¿Cuáles de estos pares de valores son solución de la ecuación?

a) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 8 \\ y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}$

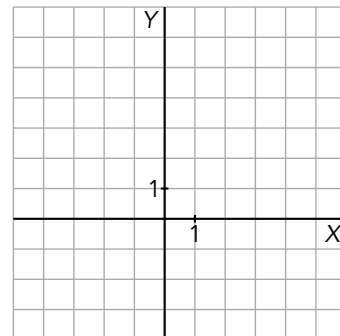
2. Completa la tabla para cada ecuación y representa en el gráfico las rectas correspondientes:

$y = 2x + 4$

x	-4	-2	0	2	4
y					

$y = -2x - 1$

x	-3	-2	-1	0	1
y					



A la vista del gráfico, ¿cuál es la solución del sistema formado por ambas ecuaciones?

3. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

4. Resuelve estos sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 34 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

5. Resuelve por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x + y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ x + 10y = 25 \end{cases}$

PRACTICA

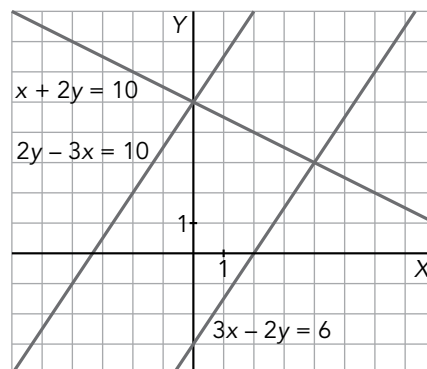
1. Observa las tres rectas del gráfico y sus ecuaciones asociadas.

Después, sin hacer ninguna operación, escribe, si las hay, las soluciones de los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2y - 3x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 3x = 10 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$



2. Resuelve cada sistema por el método indicado:

a) Sustitución

$$\begin{cases} 3y - 2x = 7 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$$

b) Reducción

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - y = \frac{14}{5} \\ \frac{3}{10}x + 5y = \frac{14}{5} \end{cases}$$

c) Igualación

$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x + 3) = 6 - y \end{cases}$$

3. Reduce previamente estos sistemas y luego resuélvelos por el método que consideres más adecuado:

$$a) \begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{4y}{5} = 21 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} = 17 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3(x - 1) - 5(y + 3) = 1 - 2(x + 2) \\ 2x + \frac{6 + 3y}{4} = \frac{x - y}{3} + 6y \end{cases}$$

FUNCIONES Y GRÁFICAS

LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

- Una función asocia a cada valor de x
.....
- x es la variable.....
- y es la variable.....
- El tramo de valores de x para los cuales hay valores de y se llama

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

- Se representa sobre unos ejes cartesianos.
- El eje horizontal se llama de
y sobre él se representa la
 - El eje vertical se llama de
y sobre él se representa la
 - Cada punto de la gráfica tiene dos

VARIACIONES DE UNA FUNCIÓN

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

- Para estudiar las variaciones de una función, tenemos que mirar su gráfica de izquierda a derecha.
- Una función es **creciente** cuando al aumentar la variable independiente, x ,
.....
- EJEMPLO:
- $y = 2x$ es una función
- Si al aumentar la variable independiente, x , disminuye la variable dependiente, y , se dice que la función es
- EJEMPLO:
- $y = -2x$ es una función

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Si en una función hay un punto más alto que los puntos que lo rodean, se dice que ese punto es
.....
HAZ UN DIBUJO:
- Si una función tiene un punto más bajo que los que lo rodean, se dice que ese punto es
.....
HAZ UN DIBUJO:
- A la izquierda de un máximo, la función es
..... y a la derecha es
- A la izquierda de un mínimo, la función es
..... y a la derecha es

TENDENCIAS DE UNA FUNCIÓN

- Una **función** es **periódica** cuando.....
.....
- El **período** de una función es.....
.....

CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDADES

- Una función es continua cuando
.....
.....
DIBUJA UN EJEMPLO:
- Si la función presenta saltos en su gráfica, se dice que es.....
.....
.....
DIBUJA UN EJEMPLO:

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

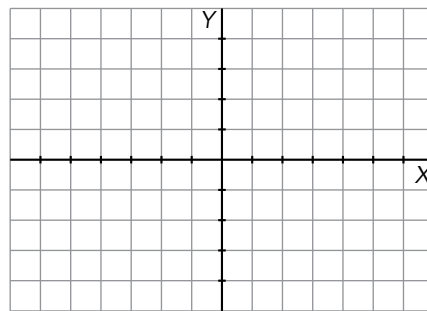
PRACTICA

1. Imagínate que tienes una MÁQUINA DE FUNCIONES, de forma que si metes un número x por una ranura, sale por la boca de la máquina el valor y : "Doble de x y una unidad más".

a) Completa esta tabla de valores según el número x que metas:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

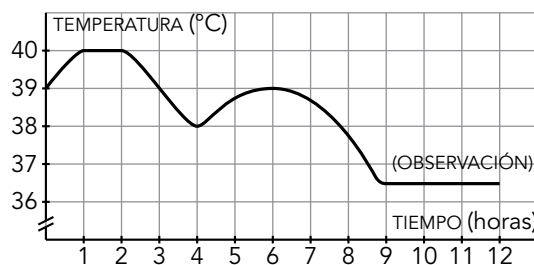
b) Dibuja la gráfica de la función que realiza la máquina. ¿Cuál es el dominio de definición de la función?



c) Halla $f(1/2)$ (valor de y cuando $x = 1/2$). ¿Cuánto vale $f(-1/4)$?

d) ¿Para qué valor de x la máquina muestra el valor $y = 13$?

2. Esta es la gráfica de la temperatura de un enfermo según las horas de hospitalización:



a) ¿Con qué temperatura ingresó en el hospital?

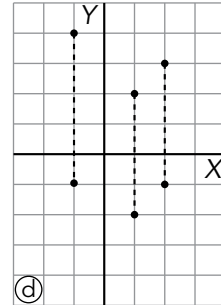
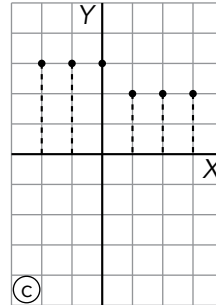
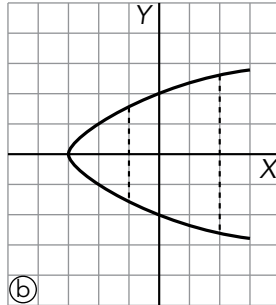
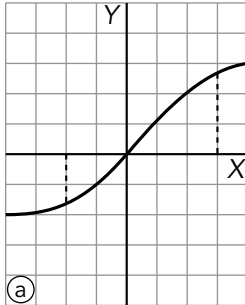
b) ¿En qué momento alcanzó la temperatura máxima?

c) ¿En qué períodos la temperatura decreció?

d) ¿Cuánto tiempo estuvo en observación hasta que fue dado de alta?

PRACTICA

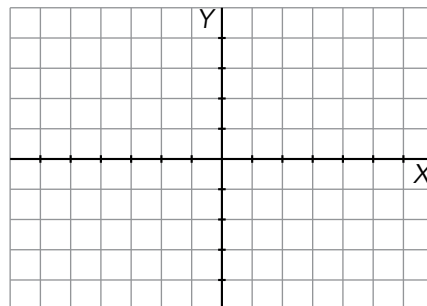
1. Se define una función como una relación entre dos variables (x, y) de modo que a cada valor que le demos a x , le corresponde uno y solo un valor de y . Según esto, ¿cuáles de estas gráficas sí representan una función y cuáles no?



2. Considera la función definida así:

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} + 3 & \text{para todo } x \text{ menor que } 4 \\ x & \text{para todo } x \text{ mayor o igual que } 4 \end{cases}$$

Represéntala gráficamente haciendo una tabla de valores.



3. Dada la función que asocia a cada número x "su cuadrado aumentado en 1", represéntala utilizando una tabla de valores. ¿Cuál es su valor mínimo? ¿En qué x se alcanza? ¿Para qué valores de x es creciente? ¿Y decreciente?

FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

FUNCIONES LINEALES

Función de proporcionalidad

- Su ecuación es $y = \dots\dots\dots$
- Su gráfica es una $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ que pasa por
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

EJEMPLO:

Función $y = mx + n$

- Su gráfica es una $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
- m es la $\dots\dots\dots$
- Corta al eje Y en el punto $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

EJEMPLO:

Función constante

- La ecuación de la función constante es $y = \dots\dots\dots$
- Su gráfica es una $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ paralela al eje
de $\dots\dots\dots$

EJEMPLO:

PENDIENTE DE UNA RECTA

CONOCIDA SU ECUACIÓN

Para reconocer la pendiente de una recta:

- Se despeja $\dots\dots\dots$
- La pendiente es $\dots\dots\dots$

EJEMPLO:

La pendiente de la recta $3x - 2y = 0$ es:

$m = \dots\dots\dots$

QUE PASA POR DOS PUNTOS

La pendiente de una recta de la que conocemos dos de sus puntos, $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, se calcula así:

$m =$

EJEMPLO:

La pendiente de la recta que pasa por $(0, 1)$ y $(2, 5)$ es:

$m = \dots\dots\dots$

ECUACIÓN DE UNA RECTA

Ecuación punto-pendiente:

- Si de una recta conocemos su pendiente, m , y un punto, (x_1, y_1) , su ecuación es:

$y = \dots\dots\dots$

EJEMPLO: Ecuación de la recta que pasa por $(2, 5)$ con pendiente -2 : $y = \dots\dots\dots$

FUNCIONES CUADRÁTICAS. PARÁBOLAS

Las funciones $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ se llaman funciones $\dots\dots\dots$, y se representan todas mediante $\dots\dots\dots$ con su eje de simetría paralelo al eje $\dots\dots\dots$

Si el coeficiente, a , de la x^2 , es positivo, entonces la parábola tiene las ramas hacia $\dots\dots\dots$, y si es negativo, las tiene hacia $\dots\dots\dots$. Cuanto mayor sea su valor absoluto, más $\dots\dots\dots$ es la parábola.

La abscisa del vértice de una parábola, $y = ax^2 + bx + c$, es $\dots\dots\dots$. Los cortes con el eje X se calculan resolviendo la ecuación $\dots\dots\dots$, y corta al eje Y en el punto $\dots\dots\dots$

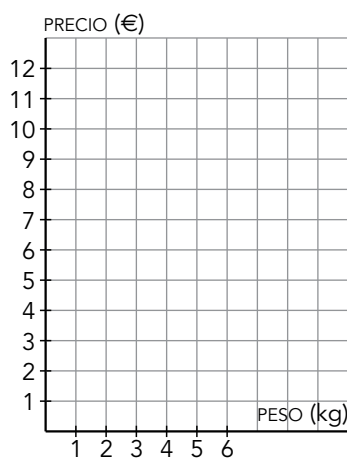
PRACTICA

1. Cinco kilos de naranjas cuestan 12,50 €.

- a) Representa en una tabla la relación x (peso en kilos) con y (precio en euros). Halla y para $x = 1, 2, 3, 4...$

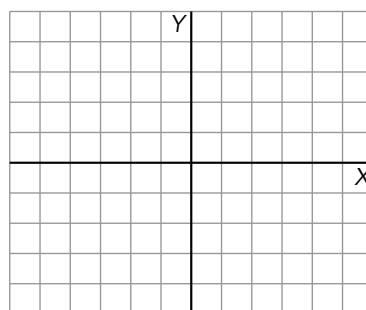
x (kg)	1	2	3	4	5
y (€)					

- b) ¿Cuánto dinero pagaremos por 8 kg? ¿Y por 14 kg?
- c) Escribe la expresión algebraica de la función *peso-precio*.
- d) Representa gráficamente la función $y = f(x)$. ¿Cuál es su pendiente?

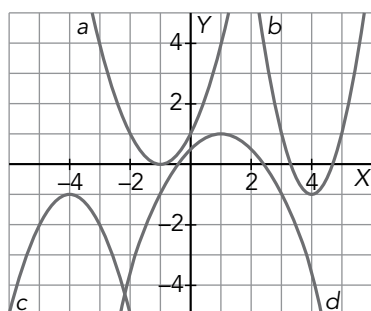


2. Representa gráficamente las rectas cuyas ecuaciones son las siguientes:

- a) $y = 3x$
- b) $y = 2x + 1$
- c) $y = \frac{x}{2} + 1$
- d) $y = -3$



3. Relaciona cada parábola con su ecuación:



I. $y = x^2 + 2x + 1$

II. $y = -x^2 - 8x - 17$

III. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$

IV. $y = 2x^2 - 16x + 31$

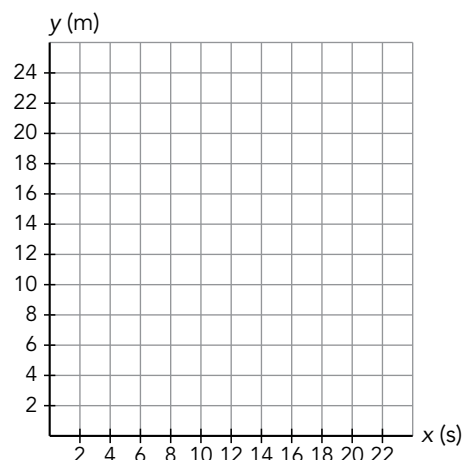
PRACTICA

1. a) Representa gráficamente la relación $y(m)$ con $x(s)$.

$x(s)$	3	5	10	12	20
$y(m)$	4,5	7,5	15	18	30

b) ¿Cuál es la expresión algebraica de esta recta?

¿Y la pendiente de la recta?



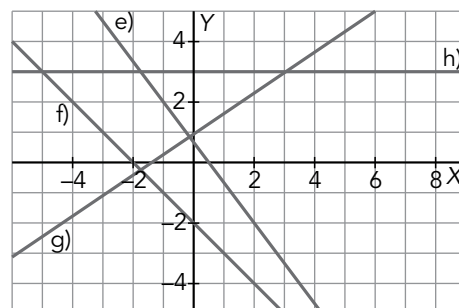
2. Escribe la ecuación de las rectas de cada apartado y las que aparecen trazadas en los ejes coordenados. Calcula también su pendiente y su ordenada en el origen.

a) Pasa por $(-1, 4)$ y tiene pendiente $\frac{-2}{5}$.

b) Pasa por los puntos $(-3, 1)$ y $(-1, 5)$.

c) Pasa por $(-4, 6)$ y es una función de proporcionalidad.

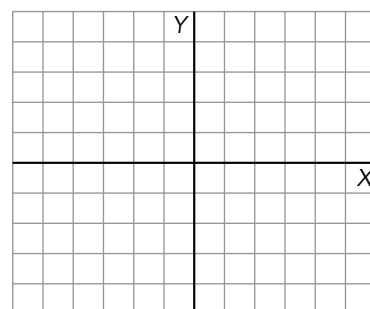
d) Pasa por los puntos $(3, \frac{1}{4})$ y $(5, -\frac{1}{4})$.



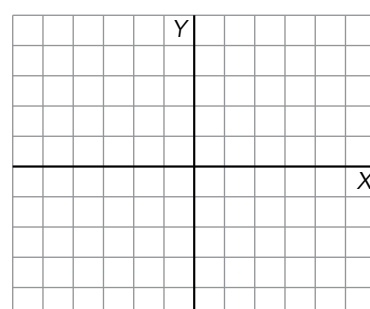
3. Representa las siguientes parábolas, hallando primero su vértice, los puntos de corte con los ejes y los puntos cercanos al vértice:

a) $y = x^2 + 2x - 2$

b) $y = -2x^2 + 4x + 1$



4. Calcula con un sistema de ecuaciones los puntos de corte de la parábola a) del ejercicio 3 con la recta f) del ejercicio 2. Representálas sobre los mismos ejes y comprueba tu solución.

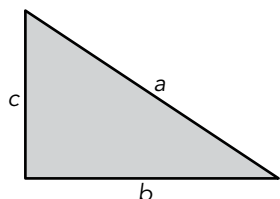


ELEMENTOS DE GEOMETRÍA PLANA

GEOMETRÍA MÉTRICA PLANA

TEOREMA DE PITÁGORAS

Se verifica en los triángulos



$$a^2 = \boxed{}$$

EJEMPLO: Si la cuerda de una circunferencia mide 16 cm y está a 6 cm de distancia del centro, entonces el radio de la circunferencia mide $r = \dots\dots\dots$

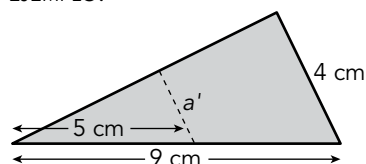
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos en posición de Tales o que se pueden poner en posición de Tales son

Si un triángulo de lados a , b y c es semejante a otro de lados a' , b' y c' , entonces:

$$a/a' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

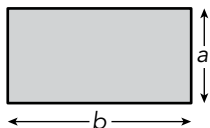
EJEMPLO:



$$a' = \boxed{} \text{ cm}$$

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Rectángulo de lados a y b :

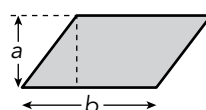


$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Paralelogramo de base b y altura a :

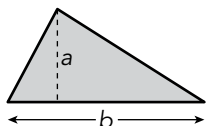


$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $a = 7 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Triángulo de base b y altura a :

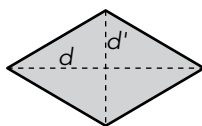


$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $a = 2 \text{ dm}$, $b = 5 \text{ dm}$

$$A = \dots\dots\dots$$

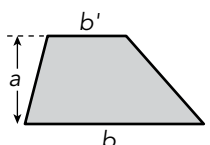
Rombo de diagonales d y d' :



EJEMPLO: $d = 15 \text{ m}$, $d' = 12 \text{ m}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Trapezio de bases b y b' y altura a :

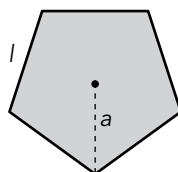


$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $b = 7 \text{ cm}$, $b' = 11 \text{ cm}$
 $a = 4 \text{ cm}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Polígono regular de lado l y apotema a :



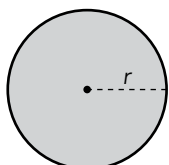
$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO:

Hexágono, $l = 10 \text{ m}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Círculo de radio r :

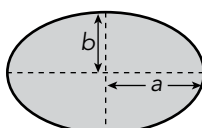


$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $r = 3,2 \text{ cm}$

$$A = \dots\dots\dots$$

Elipse de ejes $2a$ y $2b$:



$$A = \dots\dots\dots$$

EJEMPLO: $a = 5 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$

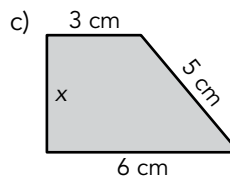
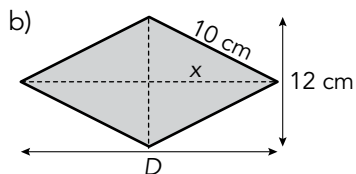
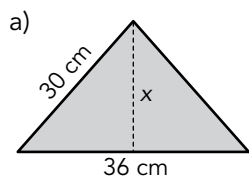
$$A = \dots\dots\dots$$

Nombre y apellidos:

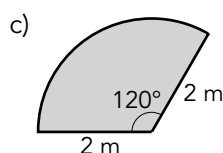
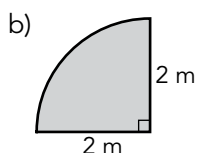
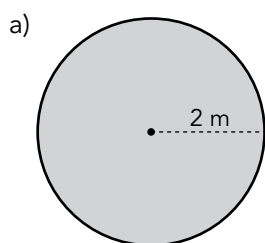
Curso: Fecha:

PRACTICA

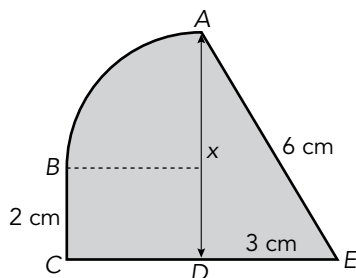
1. Calcula el área de estas figuras. Halla, previamente, el elemento que falta aplicando el teorema de Pitágoras.



2. Calcula el área y la longitud de estas figuras:



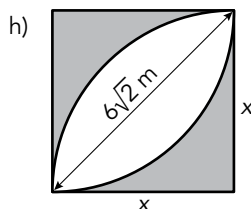
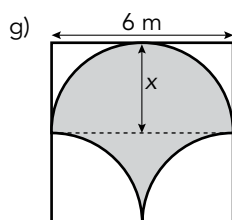
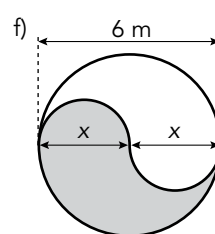
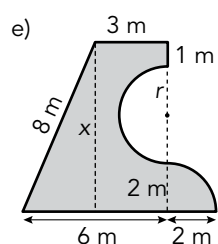
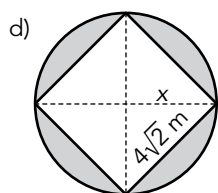
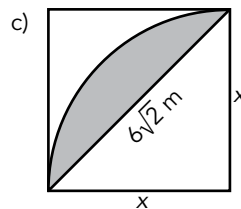
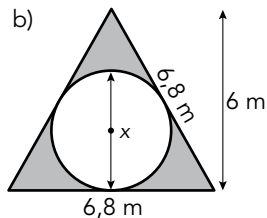
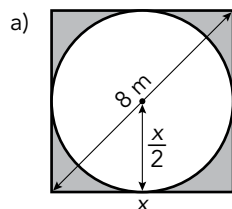
3. Calcula el área y el perímetro de esta figura. Descomponla para ello en figuras más simples.



Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

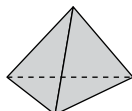
1. Calcula el área de la parte sombreada de cada figura (calcula x previamente):

Consulta el apartado c) de este mismo ejercicio.

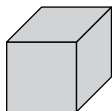
FIGURAS EN EL ESPACIO

POLIEDROS REGULARES

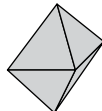
- Un poliedro es regular si sus caras son y en cada vértice concurren el mismo número de



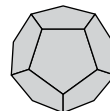
tetraedro
4 caras,
triángulos



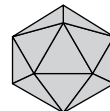
.....
[] caras,
.....



.....
[] caras,
.....



.....
[] caras,
.....

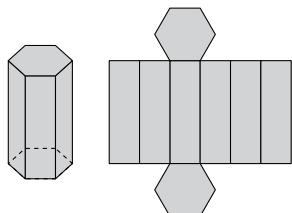


.....
[] caras,
.....

- Dos poliedros son duales si el número de de uno coincide con el número de del otro. Son duales el cubo y el También son duales el y el dodecaedro.

POLIEDROS

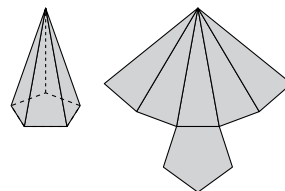
ÁREA Y VOLUMEN DEL PRISMA



$$A = \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{LATERAL}}} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{BASE}}}$$

$$V = A_{\text{BASE}} \cdot \text{ALTURA} = \dots\dots\dots$$

ÁREA Y VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE

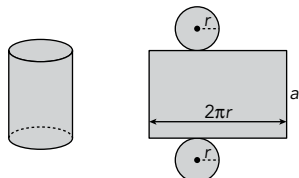


$$A = \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{LATERAL}}} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{BASE}}}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot \text{ALTURA}}{3} = \boxed{\hspace{2cm}}$$

CUERPOS REDONDOS

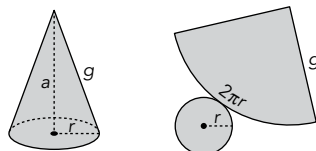
CILINDRO



$$A = \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{LATERAL}}} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{BASES}}}$$

$$V = A_{\text{BASE}} \cdot \text{ALTURA} = \dots\dots\dots$$

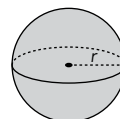
CONO



$$A = \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{LATERAL}}} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{A_{\text{BASE}}}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot \text{ALTURA}}{3} = \boxed{\hspace{2cm}}$$

ESFERA



$$A = \boxed{\hspace{2cm}}$$

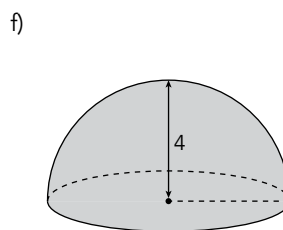
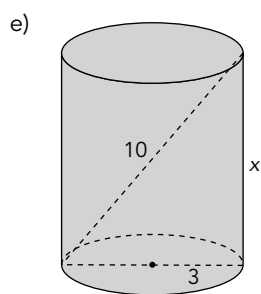
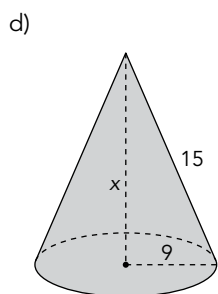
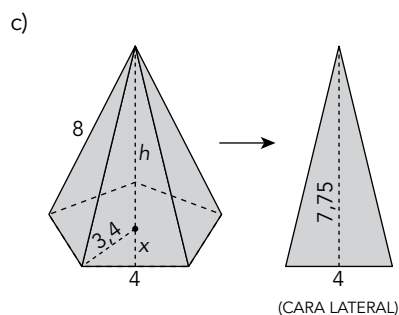
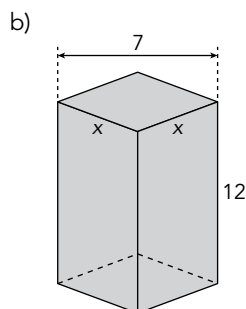
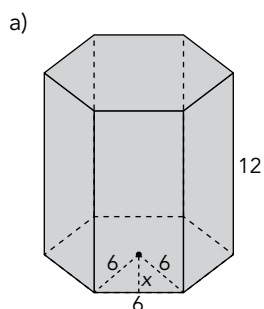
$$V = \boxed{\hspace{2cm}}$$

COORDENADAS GEOGRÁFICAS

- Las coordenadas geográficas de un lugar son la y la
- La latitud puede ser o y la longitud puede ser o

PRACTICA

1. Calcula el área lateral (A_{LAT}), el área total (A_{TOTAL}) y el volumen de los siguientes cuerpos. Halla primero el valor de x y el de h cuando se necesiten. (Todas las medidas están dadas en centímetros).



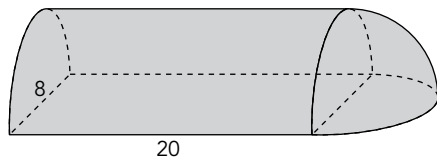
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

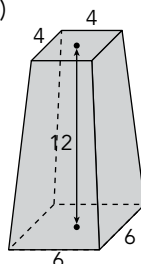
PRACTICA

1. Calcula el área total (A_{TOTAL}) de los siguientes cuerpos (medidas en centímetros):

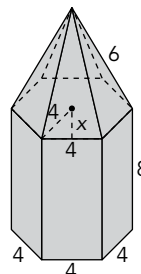
a)



b)

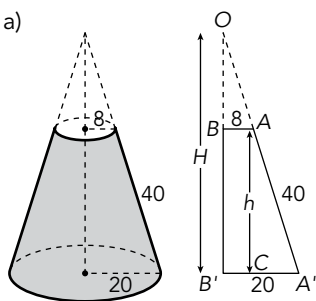


c)

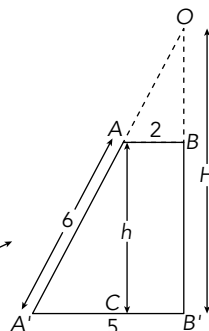
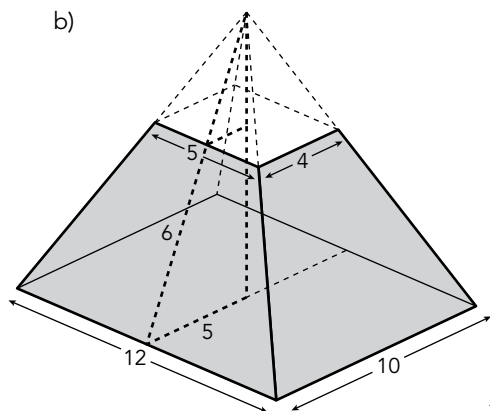


2. Calcula el volumen de estas figuras truncadas. Observa los dibujos: tendrás que utilizar la semejanza de triángulos para hallar algunas medidas (todas en centímetros).

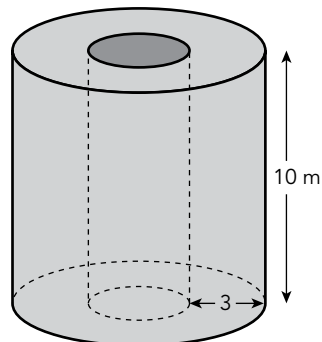
a)



b)



3. ¿Qué cantidad de agua necesitamos para refrigerar exteriormente el cilindro de mineral interior? La circunferencia de la base mide $L = 28$ m, y recuerda que $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$.



MOVIMIENTOS EN EL PLANO. FRISOS Y MOSAICOS

MOVIMIENTOS

Un **movimiento** es una transformación en el plano en la cual todas las figuras mantienen

En un movimiento, la distancia entre dos puntos cualesquiera, P y Q , permanece

Es decir, si $P \rightarrow P'$ y $Q \rightarrow Q'$, entonces $\overline{PQ} = \dots\dots\dots$

Se dice que un punto o una figura es **invariante** o **doble** en un movimiento cuando se transforma en

TRASLACIONES

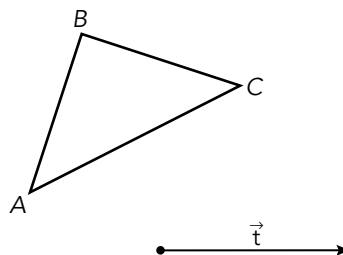
Se llama **traslación** T según el vector $\vec{t}$ a una transformación que hace corresponder a cada punto P otro punto P' tal que

$$\overline{PP'} = \dots\dots\dots$$

Puntos dobles:

Figuras dobles:

Dibuja el resultado de trasladar este triángulo según las traslación del vector $\vec{t}$. Nombra sus vértices.



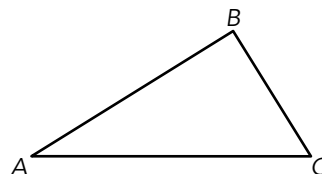
GIROS

Se llama giro **G de centro O y ángulo α** a una transformación

Puntos dobles:

Figuras dobles:

Dibuja el resultado de aplicar a este triángulo un giro de centro C y ángulo 90° , según el movimiento de las agujas del reloj.



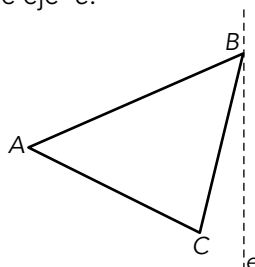
SIMETRÍAS

Se llama **simetría** S de eje e

Puntos dobles:

Figuras dobles:

Dibuja el resultado de aplicarle al triángulo una simetría de eje e .

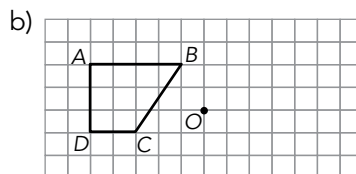
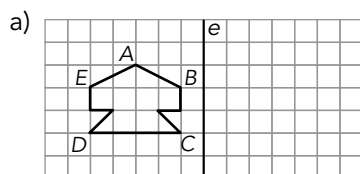


Nombre y apellidos:

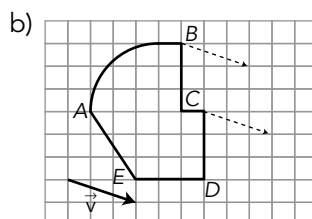
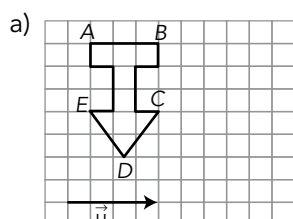
Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Dibuja la figura simétrica de a) respecto al eje e y la de b) respecto al punto O .



2. Dibuja la figura trasladada de a) según el vector de traslación $\vec{u}$ y la trasladada de b) según el vector $\vec{v}$.

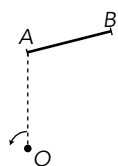


3. Dibuja las siguientes figuras después de efectuar sobre ellas un giro de centro O y ángulo, el indicado en cada caso.

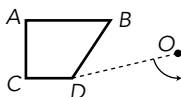
a) El punto A , un ángulo de 30° .



b) El segmento AB , un ángulo de 90° .



c) El trapecio $ABCD$, un ángulo de 180° .



Si comparas el movimiento 1-b) con el 3-c), ¿qué descubres?

TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

POBLACIÓN Y MUESTRA. VARIABLES

- Una **población** es
.....
EJEMPLO:
- Una **muestra** es
.....
EJEMPLO:
- Un **individuo** es
.....
EJEMPLO:

- Las variables numéricas se llaman
.....y pueden ser de dos tipos:
a)
EJEMPLO:
b)
EJEMPLO:
- Las variables no numéricas se llaman
.....
EJEMPLO:

TABLAS DE FRECUENCIA

La siguiente lista muestra el número de libros que han leído los 30 estudiantes de una clase a lo largo del verano. Haz el recuento y rellena la correspondiente tabla de frecuencias absolutas, relativas, porcentuales y acumuladas.

8 5 6 7 6
6 4 5 3 6
5 6 7 8 4
3 4 4 6 3
4 6 7 7 3
5 5 6 8 3

n_i	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA PORCENTUAL	FRECUENCIA ACUMULADA
3				
4				
5				
6				
7				
8				
TOTAL				

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Pon nombre a estos gráficos y asocia a cada uno de ellos el tipo de variable para el que se suele utilizar:

.....
.....

.....
.....

.....
.....

PRACTICA

- Indica en cada caso si la variable que se estudia, para un cierto grupo de alumnas y alumnos, es cualitativa o cuantitativa:
 - Número de horas diarias que ven la televisión.
 - Deporte preferido.
 - Número de libros que leen al año.
 - Tipo de libros que leen.

- Completa la siguiente tabla de frecuencias para una variable X ("Número de hijos por matrimonio o pareja") en una muestra de 50 parejas de una localidad.

x_i	f_i	$fr_i = f_i/n$	F_i	Fr_i
0	8			
1	12			
2	14			
3	8			
4	6			
5	2			
$n = 50$				

Siendo:

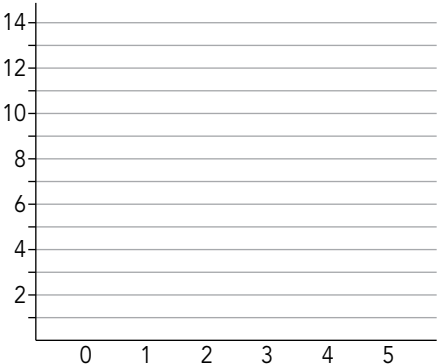
f_i : frecuencia absoluta de cada dato x_i .

fr_i : frecuencia relativa de x_i .

F_i : frecuencia absoluta acumulada.

Fr_i : frecuencia relativa acumulada.

- ¿Cuántas parejas (en %) tienen menos de 3 hijos?
 - ¿Qué porcentaje de parejas tienen un hijo o más?
 - ¿Qué porcentaje de parejas tienen entre 1 y 3 hijos (ambos incluidos)?
- Representa en un diagrama de barras las frecuencias absolutas del ejercicio anterior.



Ficha de trabajo B

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

La siguiente lista corresponde a las horas de estudio semanal de un grupo de estudiantes de un centro de secundaria:

14 9 9 20 18

15 10 18 20 2

20 16 18 15 24

10 4 8 20 10

12 14 6 14 8

7 18 8 12 10

10 12 25 24 17

12 16 5 4 13

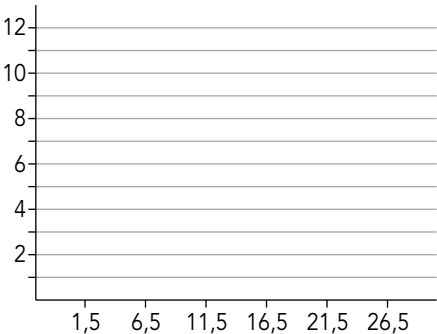
1. Reparte los datos en intervalos de extremos: 1,5 - 6,5 - 11,5 - 16,5 - 21,5 - 26,5 y cuenta el número de individuos que corresponde a cada intervalo. Cada vez que cuentes un individuo, táchalo de la lista para no volver a contarlo.

INTERVALO	NÚMERO DE INDIVIDUOS
1,5 - 6,5	
6,5 - 11,5	
11,5 - 16,5	
16,5 - 21,5	
21,5 - 26,5	

2. Construye una tabla de frecuencias con las marcas de clase y con las frecuencias absolutas, relativas, porcentuales y acumuladas.

INTERVALO	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA PORCENTUAL	FRECUENCIA ACUMULADA
1,5 - 6,5					
6,5 - 11,5					
11,5 - 16,5					
16,5 - 21,5					
21,5 - 26,5					
TOTAL					

3. Dibuja el histograma correspondiente.



PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

PARÁMETROS DE CENTRALIZACIÓN

- La media de un conjunto de datos, $x_1, x_2, \dots, x_n$ se calcula así: $\bar{x} =$

EJEMPLO: 3, 2, 3, 1, 4, 5, 8 $\rightarrow \bar{x} =$

- Si ordenamos los datos de menor a mayor, la mediana es

EJEMPLO: 3, 2, 3, 1, 4, 5, 8 $\rightarrow Me =$

- La moda de un conjunto de datos es

EJEMPLO: 3, 2, 3, 1, 4, 5, 8 $\rightarrow Mo =$

PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

- La desviación media del conjunto $x_1, x_2, \dots, x_n$ cuya media es $\bar{x}$ se calcula así: $DM =$

- La desviación típica es la raíz cuadrada de la y se calcula así:

$$\sigma = \sqrt{\dots\dots\dots} = \text{$$

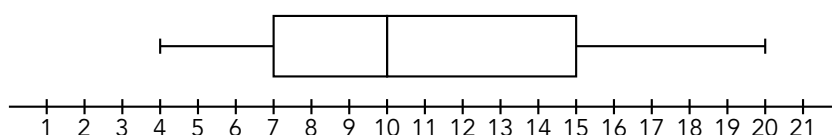
- El coeficiente de variación sirve para comparar la dispersión de dos poblaciones heterogéneas.

Se calcula así:

$$CV = \text{$$

PARÁMETROS DE POSICIÓN

- Primer cuartil, Q_1 , es el valor de la variable que deja por debajo de él a de la población.
- cuartil, Q_3 , es el valor de la variable que deja por debajo de él a tres cuartos de la población.
- La mediana es el cuartil, y es el valor de la variable que deja por debajo de él de la población y por encima,
- En este diagrama la mediana es, el primer cuartil es, el tercer cuartil es y el rango o recorrido es



PRACTICA

La siguiente lista muestra el número de conciertos que dan cada mes en la famosa sala Kurgans a lo largo de 40 meses:

3	5	4	5	7	4	3	5	8	6
5	6	4	6	4	4	3	4	4	6
5	5	7	4	8	4	3	5	8	6
4	4	3	6	6	5	5	6	6	4

1. Completa la siguiente tabla a partir de los datos:

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
3			
4			
5			
6			
7			
8			
TOTAL			

2. Calcula la media, la moda y la mediana del conjunto de datos.

3. Halla la desviación típica y el coeficiente de variación.

4. Calcula los cuartiles y dibuja el diagrama de caja y bigotes.

PRACTICA

1. La altura media de cuatro hombres es 1,80 m, y la de seis mujeres, 1,70 m. Calcula:

- a) La suma de las alturas de los cuatro hombres.
- b) La suma de las alturas de las seis mujeres.
- c) Altura media de todo el grupo de hombres y mujeres.

2. Hemos analizado la sangre de 30 pacientes diabéticos para medir su cantidad de azúcar en sangre (valor de referencia normal, 1). Se han obtenido estos resultados:

0,8	0,8	0,9	0,8	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,6
1,1	1,3	1,2	1,5	1,6	1,2	0,8	0,8	0,9	0,9
1,4	1,4	1,5	1,3	1,1	0,8	0,9	0,9	1	1,2

- a) ¿Cuál es el rango de la distribución?
- b) Agrupa los datos en cuatro intervalos de longitud 0,2 con sus correspondientes marcas de clase, según la tabla. Halla $\bar{x}$ y completa la tabla.

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0,8 - 1				
	TOTAL			

- c) Halla la desviación típica.
- d) Halla el coeficiente de variación.