ÁLGEBRA - I

PRODUCTOS NOTABLES

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	Binomio al cuadrado
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4 = (a+b)(a-b)(a^2 + b^2)$	
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	

FÓRMULA CUADRÁTICA

DEFINICIÓN

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad a \neq 0 \quad ; \quad a,b,c \in \mathbb{R}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Llamamos discriminante a: $\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0 \Rightarrow$ Dos soluciones reales distintas: x_1, x_2
- Si $\Delta = 0 \Rightarrow$ Una solución real doble: $x_1 = x_2$
- Si $\Delta < 0 \Rightarrow$ Sin solución real, dos soluciones complejas

Si b es par: $x_1 = \dfrac{-b/2 \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}$

Haciendo: $S = x_1 + x_2 \quad ; \quad P = x_1 \cdot x_2$

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad (\textit{forma canónica})$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

POTENCIAS

DEFINICIÓN

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-veces} \; ; \; a^1 = a$$

PROPIEDADES

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n} \; ; \; b \neq 0$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \; ; \; a \neq 0, n > 0$

$a^0 = 1 \quad ; \quad a \neq 0$

$(-a)^{m\,(par)} = +a^m$

$(-a)^{m\,(impar)} = -a^m$

RADICALES

DEFINICIÓN

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

PROPIEDADES

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \; ; \; a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad ; \quad b \neq 0$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Simplificar:

$$\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \left[\begin{array}{c|c} m & n \\ \hline r & c \end{array}\right] = a^c \sqrt[n]{a^r}$$

	$n\ (par)$	$n\ (impar)$
$a > 0$	$+\sqrt[n]{a}\, ; -\sqrt[n]{a}$	$+\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	$no\ definida$	$-\sqrt[n]{a}$

LOGARÍTMOS

DEFINICIÓN

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

$$x > 0 \; ; \; a > 0 \; ; \; a \neq 1$$

Tipos

$\log_{10} A = \log A \quad (decimal)$

$\log_e A = \ln A \quad (neperiano)$

Para $n < 0$ (negativo) el $\log_a n \rightarrow no\ existe$

$\log_a 0 \rightarrow no\ existe$

Cambio de base

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

PROPIEDADES

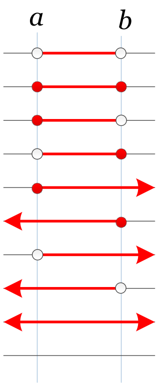
- $\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$
- $\log_a \left(\dfrac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$
- $\log_a u^n = n \cdot \log_a u$
- $\log_a \sqrt[n]{u} = \dfrac{1}{n} \log_a u$
- $\log_a 1 = 0 \quad ; \quad \log_a a = 1$
- $\log_a a^n = n$

$\log 2 = 0,3010 \quad ; \log 3 = 0,4771 \quad ; e = 2,7182818\ldots$

$\ln 10 = 2,302585 \; ; \log e = 0,434294$

INTERVALOS

Abierto	(a,b)	$\{x : a < x < b\}$
Cerrado	$[a,b]$	$\{x : a \leq x \leq b\}$
Semiabierto	$[a,b)$	$\{x : a \leq x < b\}$
Semicerrado	$(a,b]$	$\{x : a < x \leq b\}$
Semirrecta cerrada	$[a,\infty)$	$\{x : x \geq a\}$
Semirrecta cerrada	$(-\infty,b]$	$\{x : x \leq b\}$
Semirrecta abierta	(a,∞)	$\{x : x > a\}$
Semirrecta abierta	$(-\infty,b)$	$\{x : x < b\}$
Recta real	$(-\infty,\infty)$	$\mathbb{R}$
Conjunto vacio		$\{\varnothing\}$



Los intervalos son subconjuntos de números reales formados por todos aquellos números que están comprendidos entre dos dados, llamados extremos del intervalo; a veces, puede haber solo un extremo.

VALOR ABSOLUTO

DEFINICIÓN

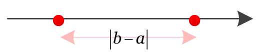
$$|a| = \begin{cases} +a & si\ a \geq 0 \\ -a & si\ a < 0 \end{cases}$$

PROPIEDADES

- $|a| \geq 0$
- $|a| = |-a|$
- $|a+b| \leq |a| + |b|$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

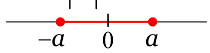
$$d(a,b) = |b-a| = |a-b|$$

DISTANCIA en la recta real

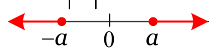


Siendo $a > 0$

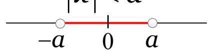
$|x| \leq a$



$|x| \geq a$



$|x| < a$



$|x| > a$