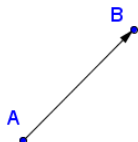


# VECTORES

Un plano es un conjunto de puntos; las rectas, segmentos y figuras de ese plano son subconjuntos del mismo. La geometría estudia esas figuras y las relaciones que se dan entre ellas. Utilizando coordenadas y usando vectores, los problemas geométricos se reducen a problemas algebraicos.

Se llama vector fijo a un segmento de recta limitado por dos puntos, el primero es el **origen** y el último es el **extremo** del vector.

Un vector de origen el puto A y extremo el punto B se escribe  $\overrightarrow{AB}$  y se representa:



En el caso de que el origen y el extremo coincidan, el vector que se obtiene es el vector nulo, p.ej.  $\overrightarrow{AA}$ ,  $\overrightarrow{BB}$ ,...

## Elementos de un vector:

- **Módulo:** que es la longitud del segmento de extremos A y B. El módulo de un vector es un número real no negativo y se representa entre barras:  $|\overrightarrow{AB}|$
- **Dirección:** que es la de la recta que pasa por los extremos. Dos vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$  tienen la misma dirección cuando las rectas que pasan por los puntos A y B y los puntos C y D son iguales o paralelas.
- **Sentido:** es el recorrido por un punto que va del origen al extremo.

El vector nulo tiene módulo cero, pero no tiene dirección ni sentido.

## Equipolencia de vectores:

Dos vectores son equipolentes cuando tienen igual módulo, dirección y sentido.

Se escribe:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  o  $\overrightarrow{AB} \approx \overrightarrow{CD}$

El conjunto de todos los vectores del plano que son equipolentes a uno dado  $\overrightarrow{AB}$  se llama **vector libre**. Los vectores libres se suelen representar con letras minúsculas. Cualquiera de los vectores que forman un vector libre es un representante del mismo.

Un vector libre se denota con  $[\overrightarrow{AB}]$

p.ej. el vector  $\overrightarrow{AB}$  es el representante del vector libre  $[\overrightarrow{AB}]$ .

Los vectores libres también se representan usando letras minúsculas con una flecha encima, así:  $\vec{v} = [\overrightarrow{AB}]$

En cualquier punto del plano se puede colocar un representante de un vector libre (de ahí el nombre de libre).

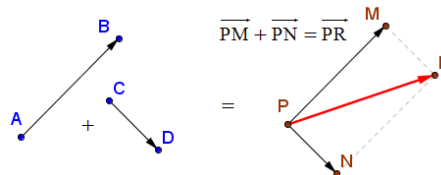
Dado un punto O cualquiera del plano, siempre existe un representante del vector libre  $\vec{v}$  cuyo origen es O.

El conjunto de todos los vectores libres del plano se llama plano vectorial. Los elementos de un vector libre son los de uno cualquiera de sus representantes.

## Operaciones geométricas con vectores

### Suma y resta de vectores libres

Si  $[\overrightarrow{AB}]$  y  $[\overrightarrow{CD}]$  son dos vectores libres y P es un punto cualquiera del plano, se toman representantes de dichos vectores en P,  $[\overrightarrow{PM}]$  y  $[\overrightarrow{PN}]$  formándose así el paralelogramo PMRN. El vector  $[\overrightarrow{PR}]$  es un representante del vector suma  $[\overrightarrow{AB}] + [\overrightarrow{CD}]$

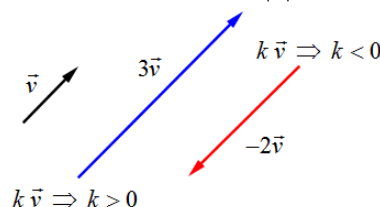


Propiedades de la suma de vectores: asociativa, elemento neutro, elemento opuesto y conmutativa.

Estas propiedades permiten establecer la resta de vectores sumando el opuesto correspondiente.

### Producto de vectores libres por números reales

El producto de un número real  $k \in \mathbb{R}$ , por un vector libre  $\vec{v}$  es otro vector paralelo a  $\vec{v}$ , con igual sentido que éste si  $k > 0$  o de sentido contrario si  $k < 0$  y módulo  $k \cdot |\vec{v}|$



Además, si  $k = 0$  o  $\vec{v} = \vec{0}$  se verifica que  $k \cdot \vec{v} = \vec{0}$

En particular, el producto  $(-1) \cdot \vec{v}$  es el vector de igual dirección y módulo que  $\vec{v}$ , pero sentido contrario: es decir, es el vector **opuesto** de  $\vec{v}$ .

Se verifica que si dos vectores no nulos  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  tienen la misma dirección equivale a que existe un número real  $\alpha$  tal que  $\vec{w} = \alpha \vec{v}$ . En este caso se dice que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son **proporcionales**.

## Operaciones con vectores en coordenadas

### Suma y resta de vectores

El vector suma de otros dos es el vector cuyas coordenadas son la suma de las respectivas coordenadas de los sumandos.

Dados los vectores  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  y  $\vec{v} = (v_1, v_2)$ ,

El vector suma es:

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

El vector nulo es el vector  $\vec{0} = (0, 0)$ , y el vector opuesto del vector  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  es el vector  $-\vec{v} = (-v_1, -v_2)$

El vector diferencia es:

$$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w}) = (u_1, u_2) + (-v_1, -v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

### Producto de vectores por números reales

Si  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  y  $k$  es un número real, el vector producto  $k \cdot \vec{v}$  se obtiene así:

$$k \cdot \vec{v} = k(v_1, v_2) = (k \cdot v_1, k \cdot v_2)$$

El vector producto de un número real por un vector es el vector cuyas coordenadas se obtienen multiplicando por dicho número las coordenadas del vector original.