

ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES, $\mathbb{R}$.

Sabemos que el conjunto de los números reales incluye los números racionales y los números irracionales. Unos y otros se hallan tan “mezclados” en $\mathbb{R}$ que:

- Entre dos números reales cualesquiera, a y b , existen infinitos números racionales e irracionales.
- No existe el siguiente de ningún número real.
- Si a y b son dos números reales diferentes, no es posible formar una lista ordenada con todos los números reales comprendidos entre a y b .

Además sabemos que el conjunto de los números reales está **ordenado**.

En el conjunto de los números reales, además de las operaciones conocidas (suma, producto,...) están definidas dos relaciones de orden recíprocas: **mayor o igual que** ($\geq$) y **menor o igual que** ($\leq$), de manera que dos números o expresiones podemos decir que son **iguales** o que no son iguales, es decir, **desiguales**: $A = B$; $A \neq B$

Como vemos a veces se dan unas condiciones en las que, en lugar de aparecer el signo igual, hay que utilizar otros signos llamados de desigualdad: $<$ menor que, $\leq$ menor o igual que, $>$ mayor que y $\geq$ mayor o igual que

Las relaciones numéricas que se expresan con estos signos se llaman **desigualdades** y las relaciones algebraicas correspondientes se llaman **inecuaciones**.

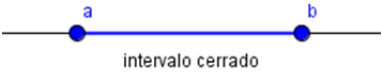
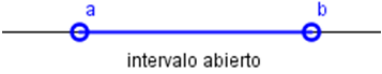
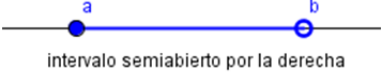
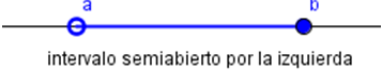
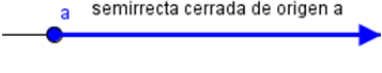
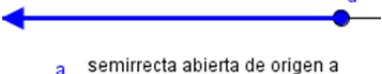
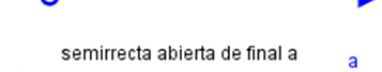
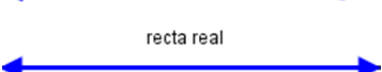
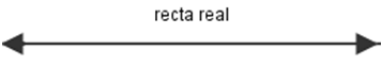
Propiedades:

- 1) $a \leq b \Leftrightarrow a - b \leq 0 \Leftrightarrow b - a \geq 0$ (y del mismo modo con los signos $<$, $>$ y $\geq$)
no debemos olvidar que “ $x > 0$ ” equivale a decir que “ x es positivo” y viceversa.
- 2) Dados dos números reales a y b , se verifica una, y sólo una, de las siguientes condiciones:
 $a > b$ ó $a < b$ ó $a = b$
- 3) Si a los dos miembros de una desigualdad se les *suma* o *resta* la misma expresión se obtiene una desigualdad del mismo sentido.
- 4) Al multiplicar o dividir por un mismo número positivo los dos miembros de una desigualdad se obtiene una desigualdad del mismo sentido.
- 5) Al multiplicar o dividir por un mismo número negativo los dos miembros de una desigualdad se obtiene una desigualdad de **sentido contrario**.

LA RECTA REAL

Eligiendo sobre una recta un punto O y un segmento unidad u , a cada número real se le puede asignar un único punto de la recta real y recíprocamente.

Intervalos y semirrectas

Se llama ...	Y se simboliza por ...	Al conjunto ...	Cuya representación gráfica es ...
Intervalo cerrado de extremos a y b (éstos están incluidos)	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Intervalo abierto de extremos a y b (éstos no están incluidos)	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Intervalo semiabierto por la derecha (incluido a , excluido b)	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
Intervalo semiabierto por la izquierda (excluido a , incluido b)	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
Semirrecta cerrada de origen a	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	
Semirrecta cerrada de final a	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	
Semirrecta abierta de origen a	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
Semirrecta abierta de final a	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	
Toda la recta real	$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R}$	
Ningún punto de la recta	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	